

Autoreferat

**Załącznik nr 3 do wniosku z dnia 26. 01. 2025 r.
o przeprowadzenie postępowania w sprawie nadania stopnia doktora habilitowanego
w dziedzinie nauk społecznych, w dyscyplinie ekonomia i finanse**

Marta Malecka

**Katedra Metod Statystycznych
Uniwersytet Łódzki**

Łódź, 26.01.2025

Spis treści

1. Dane osobowe.....	3
2. Posiadane dyplomy, stopnie naukowe lub artystyczne – z podaniem podmiotu nadającego stopień, roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej	3
3. Informacja o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych lub artystycznych.....	4
4. Omówienie osiągnięć, o których mowa w art. 219 ust. 1 pkt. 2 ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (Dz. U. z 2021 r. poz. 478 z późn. zm.).....	4
4.1. Tytuł osiągnięcia naukowego	4
4.2. Wykaz publikacji powiązanych tematycznie wchodzących w skład cyklu.....	4
4.3. Motywacja i cel badań.....	6
4.4. Wkład w rozwój nauki	8
4.5. Zestawienie osiągnięć prezentowanych w publikacjach wchodzących w skład cyklu – ujęcie syntetyczne	10
4.6. Wkład merytoryczny w powstawanie publikacji współautorskich	11
4.7. Metodyka.....	13
4.8. Omówienie osiągnięć prezentowanych w publikacjach wchodzących w skład cyklu.....	14
4.9. Podsumowanie i dalsze kierunki badań.....	32
5. Pozostałe osiągnięcia naukowo badawcze.....	34
5.1. Wykaz pozostałych publikacji.....	34
5.2. Omówienie pozostałych publikacji	37
6. Podsumowanie dorobku publikacyjnego oraz inna aktywność naukowo-badawcza	44
6.1. Podsumowanie dorobku publikacyjnego.....	44
6.2. Granty badawcze.....	46
6.3. Konferencje	47
6.4. Recenzje dla czasopism naukowych	47
6.5. Nagrody, wyróżnienia	48
6.6. Rozwój i podnoszenie kwalifikacji	48
7. Informacja o wykazywaniu się istotną aktywnością naukową albo artystyczną realizowaną w więcej niż jednej uczelni, instytucji naukowej lub instytucji kultury, w szczególności zagranicznej ...	49
7.1. Granty badawcze realizowane w więcej niż jednej uczelni.....	49
7.2. Staż naukowy.....	53
7.3. Pozostała współpraca z instytucjami spoza Uniwersytetu Łódzkiego	54
8. Informacja o osiągnięciach dydaktycznych, organizacyjnych oraz popularyzujących naukę lub sztukę	55
8.1. Działalność dydaktyczna	55
8.2. Działalność popularyzatorska	56
8.3. Działalność organizacyjna	57
Literatura	59

1. Dane osobowe

Imię i nazwisko	Marta Malecka
Miejsce pracy	Katedra Metod Statystycznych, Uniwersytet Łódzki
Email	marta.malecka@uni.lodz.pl
ORCID	0000-0003-4465-9811

2. Posiadane dyplomy, stopnie naukowe lub artystyczne – z podaniem podmiotu nadającego stopień, roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej

<i>Doktorat</i>	
2014	Doktorat z zakresu nauk ekonomicznych, Uniwersytet Łódzki, doktor nauk ekonomicznych Tytuł pracy: „Weryfikacja hipotez w ocenie ryzyka rynkowego” Promotor: prof. dr hab. Czesław Domański Recenzenci: Prof. dr hab. Grzegorz Kończak Dr hab. Alina Jędrzejczak, prof. UŁ
<i>Ukończone kierunki studiów</i>	
2013	Uniwersytet Łódzki, matematyka, specjalność matematyka finansowa i aktuarialna, licencjat matematyki Promotor: dr Katarzyna Lubnauer
2011	Uniwersytet Łódzki, informatyka i ekonometria, specjalność: statystyka i demografia, magister nauk ekonomicznych Tytuł pracy: „Modelowanie wariacji stóp zwrotu na rynkach kapitałowych” Promotor: prof. dr hab. Czesław Domański
2006	Uniwersytet Łódzki, stosunki międzynarodowe. specjalność: finanse międzynarodowe, magister nauk ekonomicznych Tytuł pracy: „Sterowanie ryzykiem rynkowym” Promotor: prof. dr hab. Janusz Bilski

3. Informacja o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych lub artystycznych

Od 2015 Adiunkt w Katedrze Metod Statystycznych Uniwersytetu Łódzkiego

2008-2015 Asystent w Katedrze Metod Statystycznych Uniwersytetu Łódzkiego

4. Omówienie osiągnięć, o których mowa w art. 219 ust. 1 pkt. 2 ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (Dz. U. z 2021 r. poz. 478 z późn. zm.)

4.1. Tytuł osiągnięcia naukowego

„Wnioskowanie statystyczne o miarach ryzyka VaR i ES z uwzględnieniem warunków wysokiej zmienności”

4.2. Wykaz publikacji powiązanych tematycznie wchodzących w skład cyklu

Jako cykl publikacji „Wnioskowanie statystyczne o miarach ryzyka VaR i ES z uwzględnieniem warunków wysokiej zmienności” wskazuję dwanaście artykułów¹. Poniższa lista zawiera zestawienie tych artykułów w układzie chronologicznym.

-
- C1 Fiszeder, P., Małecka, M., Molnár, P. (2024). Robust estimation of the range-based GARCH model: Forecasting volatility, value at risk and expected shortfall of cryptocurrencies. *Economic Modelling*, doi: 10.1016/j.econmod.2024.106887 (JCR IF 4,2, SCOPUS CITE SCORE 8, 100 pkt. MNiSW)
- C2 Małecka, M. (2024). New runs-based approach to testing value at risk forecasts. *Journal of Forecasting*, 1–21, doi: 10.1002/for.3115 (JCR IF 3,4, SCOPUS CITE SCORE 5,4, 70 pkt. MNiSW)
- C3 Małecka, M., Pietrzyk, R. (2024). A Spectral Approach to Evaluating VaR Forecasts: Stock Market Evidence from the Subprime Mortgage Crisis, through COVID-19, to

¹ Zgodnie z ustawą z dnia 20 lipca 2018 r. Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce i wynikającymi z niej przepisami dotyczącymi postępowań habilitacyjnych wszczynanych od dnia 1 października 2019, które umożliwiają poddanie ocenie całego dorobku, w tym z okresu przed uzyskaniem stopnia doktora, wśród artykułów należących do cyklu wskazuję trzy artykuły, które powstały przed uzyskaniem tego stopnia. Badania w nich prezentowane nie były zawarte w rozprawie doktorskiej.

the Russo-Ukrainian War. *Quality & Quantity* 58, 4533–4567, (JCR IF 1,072, SCOPUS CITE SCORE 4,6, 100 pkt. MEiN)

- C4 Fiszeder, P., Małecka, M. (2022). Forecasting volatility during the outbreak of Russian invasion of Ukraine: application to commodities, stock indices, currencies, and cryptocurrencies. *Equilibrium. Quarterly Journal of Economics and Economic Policy*, 17(4), 939–967 (JCR IF 5,7, SCOPUS CITE SCORE 4,9, 100 pkt. MEiN)
- C5 Małecka, M. (2022). Estimation risk taking into consideration the effect of forecasting scheme: robust inference about VaR. *Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician*, 67(10), 1–27 (70 pkt. MEiN)
- C6 Małecka, M. (2022). Asymptotic properties of duration-based VaR backtests. *Statistics & Risk Modeling*, 39(3-4), 49-73 (JCR IF 1,5, SCOPUS CITE SCORE 1,1, 70 pkt. MEiN)
- C7 Małecka, M. (2021). Industry Standard and Econometric Standard: The Search for Powerful Approach to Evaluate VaR Models. *Argumenta Oeconomica* 1(46), 5–30 (JCR IF 0,516, SCOPUS CITE SCORE 0,7, 70 pkt. MEiN)
- C8 Małecka, M. (2021). Testing for Serial Correlation in VaR Failures through Exponential Autoregressive Conditional Duration Model. *Statistics in Transition new series*, 22(1), 145–162 (SCOPUS CITE SCORE 0,7, 70 pkt. MEiN)
- C9 Małecka, M. (2020). Extremal Risk Management: expected shortfall value verification using the Bootstrap Method. *Journal of Computational Finance*, 23(4), 35-39 (JCR IF 1,025, SCOPUS CITE SCORE 1,8, 70 pkt. MNiSW)
- C10 Małecka, M. (2014). GARCH Class Models Performance in Context of High Market Volatility. Acta Universitatis Lodziensis. *Folia Oeconomica*, 302(3), 253-266 (14 pkt. MNiSW, lista B – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)
- C11 Małecka, M., Pekasiewicz, D. (2013). A Modification of the Probability Weighted Method of Moments and Its Application to Estimate the Financial Return Distribution Tail. *Statistics in Transition new series*, 14(3), 495-506 (15 pkt. MNiSW, lista B – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)
- C12 Małecka, M. (2011). Prognozowanie zmienności indeksów giełdowych przy wykorzystaniu modelu klasy GARCH. *Ekonomista*, 6, 843-860 (JCR IF 0,141, 15 pkt. MNiSW, lista A – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)

Wskaźniki IF oraz SCOPUS CITE SCORE podane są na rok, w którym ukazała się dana publikacja, bądź ostatni dostępny. Ta sama zasada obowiązuje przy punktacji MEiN lub MNiSW – podane są punkty wg wykazu z roku wydania artykułu, bądź wg ostatniego dostępnego wykazu z lat poprzednich. W przypadku monografii oraz rozdziałów podane są punkty obowiązujące w ewaluacji jednostek naukowych za odpowiednie lata.

4.3. Motywacja i cel badań

Motywacją do podjęcia badań prezentowanych w cyklu było, po pierwsze, znaczenie tematu oceny i weryfikacji ryzyka rynkowego w badaniach naukowych z zakresu ekonomii i finansów, a po drugie, trudności z wykorzystaniem klasycznych metod w warunkach wysokiej zmienności obserwowanej na rynku finansowym. Ocena i weryfikacja ryzyka rynkowego jest jednym z centralnych zagadnień teorii finansów. Ma ono zastosowanie w obszarach takich jak analiza portfela, optymalizacja decyzji inwestycyjnych, zarządzanie ryzykiem, w tym testowanie warunków skrajnych, czy określanie wymogów kapitałowych dla sektora finansowego. Zagadnienie to jest ważne także w praktyce gospodarczej, przede wszystkim dla instytucji finansowych, dla których ocena ryzyka rynkowego jest elementem systematycznego procesu podejmowania decyzji, identyfikacji i pomiaru zagrożeń oraz raportowania zgodnego z wymogami prawnymi. Jest ono ważne również dla instytucji i organów nadzorczych oraz regulujących rynek, których celem jest zapewnienie stabilności systemu finansowego (jak np. Komisja Nadzoru Finansowego, Europejski Urząd Nadzoru Bankowego czy Bazylejski Komitet Nadzoru Bankowego, w skrócie Komitet Bazylejski).

Szeroko stosowane w badaniach naukowych jak i w praktyce gospodarczej metody oceny oraz weryfikacji ryzyka rynkowego sprawdzają się stosunkowo dobrze gdy sytuacja na rynkach jest stabilna a wzorce zachowań stałe. Wyzwaniem nieustająco pozostają sytuacje gdy następuje nagły wzrost zmienności. W warunkach tych, zwłaszcza przy występowaniu obserwacji nietypowych, estymatory parametrów standardowych modeli wykorzystywanych w analizach rynku finansowego tracą swoje zwykle własności. Dotyczy to, w szczególności, modeli GARCH używanych do szacowania ryzyka rynkowego. W takich sytuacjach kwestionowana jest również skuteczność powszechnie stosowanych metod weryfikacji modeli. W związku z tym, tworzenie odpowiednich rozwiązań oraz ocena istniejących metod są wyzwaniami dla świata akademickiego. Estymacja i testowanie ryzyka rynkowego z uwzględnieniem warunków wysokiej zmienności stanowią zatem problem badawczy podjęty w prezentowanym cyklu publikacji.

Wysoka zmienność na rynku finansowym ma różnego rodzaju źródła, często powiązane ze sobą na wiele sposobów. Należą do nich okresowo pojawiające się na tym rynku kryzysy o różnym podłożu. Są wśród nich również nowe instrumenty charakteryzujące się wysoką zmiennością ze swojej istoty, jak kryptoaktywa. Rozwój nowych instrumentów lub ich specyficzne wykorzystanie mogą dodatkowo przyczyniać się do wybuchu kryzysów bądź wzmacniać ich przebieg. W szczególności, okresem gwałtownego nasilenia się zjawiska wysokiej zmienności, który wywołał szereg reakcji ze strony instytucji nadzorczych i regulujących rynek, były lata 2007-2009. Wówczas światem finansów zachwiał kryzys, który rozpoczął się na amerykańskim rynku kredytów hipotecznych i związany był z wykorzystaniem

instrumentów pochodnych a następnie przerodził się w ogólnoświatowy kryzys ekonomiczny. Skala strat na rynkach finansowych oraz upadłość kilku ważnych w systemie finansów międzynarodowych instytucji pokazały, że dotychczasowe standardy zarządzania ryzykiem w instytucjach finansowych oraz standardy nadzoru nie gwarantują światowej stabilności finansowej. W konsekwencji Komitet Bazylejski podjął, w latach 2012-2016, reformę standardów nadzorczych (tzw. *Basel III*)² a w następnych latach wprowadzał kolejne modyfikacje (tzw. *Basel 3.1*, *Basel IV*). Zmiany te przewidywały pewien zakres wykorzystania nowej miary ryzyka ES (*expected shortfall*), jednak miara ta miała służyć głównie raportowaniu ekspozycji na ryzyko. Testowanie modeli ryzyka pozostało oparte na wcześniej stosowanej mierze VaR (*Value at Risk*). Kluczową zmianą w odniesieniu do VaR była propozycja stosowania w testach statystycznych związanych z tą miarą dwóch niskich poziomów tolerancji VaR³ (1% i 2,5% zamiast wcześniejszego 5%). Miało to służyć monitorowaniu ryzyka wystąpienia skrajnie rzadkich zdarzeń i zapobiec występowaniu skrajnie dużych strat. Pozostawienie VaR jako podstawy testowania, wprowadzenie do standardów nadzorczych ES oraz przejście na niskie poziomy tolerancji tych miar, wywołały falę dyskusji związanych z metodami estymacji i testowania tych miar. Pojawiły się pytania czy powszechnie stosowane metody są odpowiednie dla niskich poziomów tolerancji VaR i ES oraz, bardziej ogólne, czy zreformowany system standardów najlepiej jak to możliwe wykorzystuje dostępne narzędzia statystyczne do zapewnienia stabilności w warunkach tak wysokiej zmienności jaka wystąpiła w latach 2007-2008. Pytania te są aktualne w obliczu wybuchów kolejnych kryzysów – pandemii COVID-19 w 2020 r. oraz rosyjskiej agresji na Ukrainę trwającej od 2022 r.

Te same pytania, związane z potrzebą szacowania i weryfikacji ryzyka w warunkach wysokiej zmienności, wiążą się m.in. z gwałtownym rozwojem rynku kryptoaktywów. Dokładnie w okresie kryzysu finansowego, w 2009 r., pojawiły się pierwsze kryptowaluty, w tym BTC (*Bitcoin*). Początkowo stanowiły jedynie pewną ciekawostkę, ale wkrótce ich znaczenie zaczęło rosnąć. Przykładowo, kapitalizacja BTC, wynosząca jedynie ok. 1 mln USD w 2010 r. wzrosła do niemal 2 bln USD w 2024 r. Kapitalizacja całego rynku kryptowalut w 2024 r. przekraczała 3 biliony USD, w tym ponad 50% przypadało na BTC. Znaczącym wydarzeniem, potwierdzającym wzrost znaczenia kryptoaktywów na międzynarodowym rynku finansowym, było zaakceptowanie, 10 stycznia 2024 roku, przez Amerykańską Komisję Papierów Wartościowych i Giełd (*U.S. Securities and Exchange Commission*) pierwszego funduszu indeksowego notowanego na giełdzie, umożliwiającego posiadanie ekspozycji na

² Podsumowanie zmian wprowadzonych w odpowiedzi na kryzys finansowy w systemie *Basel III* można znaleźć w dokumentach Basel Committee on Banking Supervision 2017, 2019.

³ Poziom tolerancji VaR (lub ES) w niniejszym autoreferacie rozumiany jest jako rząd kwantyla, dla którego szacowana jest odpowiednia miara. W literaturze angielskiej stosuje się zwykle określenie *VaR level* a w literaturze polskiej poziom VaR, poziom tolerancji VaR lub poziom ufności VaR (lub ES); przyjęcie określenia poziom tolerancji ma na celu rozróżnienie z poziomem ufności w rozumieniu klasycznego wnioskowania statystycznego.

rynek BTC (BTC *exchange-traded fund*). W efekcie tych zmian na rynku finansowym, tak samo jak okresowo pojawiających się na nim kryzysów, problemy szacowania ryzyka oraz adekwatności standardów oceny i weryfikacji modeli ryzyka w warunkach wysokiej zmienności znajdują się wciąż w fazie dyskusji prowadzonej przez uczestników rynku oraz przedstawicieli świata akademickiego.

Przedstawiane w literaturze rozważania dotyczące estymacji ryzyka, rozumianego jako VaR lub ES, koncentrują się, de facto, na estymacji zmienności, która jest głównym parametrem potrzebnym do wyznaczenia tych miar. Z jednej strony powszechne jest użycie modeli klasy GARCH, z drugiej strony szereg badań związanych z prognozowaniem ryzyka pokazuje, że w warunkach wysokiej zmienności, modele te nie dopasowują się do dynamiki zmian na rynku a występowanie obserwacji nietypowych (*outlierów*) powoduje, że estymatory parametrów tych modeli tracą swoje standardowe własności (szczegółowe omówienie tych kwestii można znaleźć np. w przeglądowej pracy Hotta i Trucíos, 2018).

Z kolei zagadnienie testowania ryzyka, rozważane jest głównie w odniesieniu do testów VaR (rzadziej ES), co zgodne jest ze standardami nadzorczymi. Zaznaczanym w literaturze problemem jest to, że mimo dynamicznego rozwoju nowych metod testowania VaR, stymulowanego powszechną krytyką testów pochodzących z lat 90-tych ubiegłego wieku, testy te, w szczególności test Kupca (1995) oraz Christoffersena (1998), wciąż stanowią główne narzędzie stosowane w praktyce oraz pozostają powszechnie stosowanym punktem odniesienia w badaniach naukowych. Świadczy o tym m.in. liczba odniesień do tych metod w aktualnej literaturze (listę przykładów można znaleźć w pracy C3).

Otwarty problem jakości metod estymacji i testowania VaR i ES, zwłaszcza w kontekście kolejnych kryzysów na rynku finansowym oraz coraz szerszego wykorzystania instrumentów charakteryzujących się wysoką zmiennością, stanowił motywację stojącą za badaniami zawartymi w cyklu publikacji. Ich celem było przeprowadzenie oceny istniejących metod z wykorzystaniem danych empirycznych o wysokiej zmienności, w szczególności obejmujących wybuchy kryzysów, oraz przedstawienie własnych propozycji w odniesieniu do estymacji oraz testowania VaR i ES.

4.4. Wkład w rozwój nauki

Wkład prezentowanych badań w rozwój nauki, można określić jako dokonanie przeglądu i oceny metod proponowanych w literaturze oraz opracowanie kompleksowego systemu metod szacowania i weryfikacji ryzyka w warunkach wysokiej zmienności, w oparciu o miary VaR i ES. Można go podzielić na **dwie części**:

- **analiza porównawcza i ocena metod estymacji i testowania** z uwzględnieniem warunków wysokiej zmienności,

- **propozycje nowych podejść w zakresie metod estymacji i testowania** wraz z oceną ich własności i wskazaniem przewag w stosunku do wcześniejszych metod.

Analizy porównawcze metod estymacji ryzyka rynkowego, zawarte w cyklu publikacji, przeprowadzone były z uwzględnieniem kilku celów. Pierwszym z nich była ocena istniejących metod. Drugim celem było określenie kluczowych cech modelu zmienności decydujących o dokładności prognoz w warunkach wysokiej zmienności. Cel ten uznano za szczególnie ważny ze względu na dużą liczbę metod estymacji, możliwych parametryzacji i rozwinięć podstawowego modelu GARCH. W dalszej konsekwencji, przeprowadzona ocena metod i określenie kluczowych cech modelu miały prowadzić do ewentualnego zidentyfikowania możliwości poprawienia istniejących narzędzi estymacji lub zaproponowania nowych.

Analizy porównawcze obejmujące testy statystyczne koncentrowały się na nieco innych aspektach. Po pierwsze, miały one wskazać problemy związane z proponowanymi w literaturze testami, w szczególności określić przyczyny powszechnego stosowania testów krytykowanych ze względu na niską moc i niewielkiej popularności metod proponowanych jako konkurencyjne. Po drugie, porównania testów miały ocenić ich podstawowe własności statystyczne, takie jak rozmiar i moc, oraz, szeroko dyskutowaną w literaturze, odporność na ryzyko estymacyjne. Po trzecie, podobnie jak w przypadku metod estymacji, przeprowadzone porównania testów miały na celu zidentyfikowanie możliwości poprawienia istniejących metod lub zgłoszenia nowych propozycji. Ze względu na fakt, że, zgodnie ze standardami bazylejskimi, miarą służącą testowaniu modeli ryzyka pozostaje VaR, analizy porównawcze testów dotyczyły głównie tej miary.

Wkładem w rozwój nauki, będącym konsekwencją przeprowadzonych analiz porównawczych było zgłoszenie własnych propozycji. Po pierwsze, zaproponowano modyfikację metody PWMM (*probability weighted method of moments*, metody momentów ważonych prawdopodobieństwami), jako narzędzia estymacji grubych ogonów rozkładów z wykorzystaniem uogólnionego rozkładu Pareto. Po drugie, zaproponowany został nowy model zmienności – BM-R-GARCH (*bounded M-estimator range-based GARCH*, odporny model zakresu GARCH). Model ten połączył elementy wskazane jako kluczowe w badaniach przeglądowych.

Zaprezentowano również szereg propozycji dotyczących testowania VaR, zgodnie z kierunkami wynikającymi z badań przeglądowych. Propozycje te objęły zarówno nowe statystyki testowe, uogólnienia wcześniej proponowanych statystyk, określenie rozkładów asymptotycznych jak i korekty wcześniej stosowanych rozkładów. Z uwagi na kierunek rozwoju międzynarodowych standardów nadzorczych związany z miarą ES (zgodnie z wytycznymi Komitetu Bazylejskiego) oraz pojawiające się w literaturze rozważania dotyczące

testowania modeli ryzyka z uwzględnieniem tej miary, przedstawiono również własną propozycję testu ES.

Propozycje zaprezentowane w cyklu publikacji poparte zostały badaniami symulacyjnymi oraz empirycznymi. Ponadto, wszystkie nowe propozycje, włączając zmodyfikowaną metodę PWMM, nowy model zmienności BM-R-GARCH oraz nowe testy VaR i ES, zostały samodzielnie oprogramowane w pakietach statystycznych. W toku badań wykorzystywano różne pakiety z wbudowanymi w nie językami programowania, głównie Mathematica, Matlab oraz R. W końcowym etapie, wszystkie kody programów zostały przeniesione do pakietu R i są aktualnie udostępniane na życzenie w postaci skryptów tego pakietu.

Zestawienie poszczególnych osiągnięć, wpisujących się w opisany wyżej wkład w rozwój nauki, wraz ze wskazaniem konkretnych artykułów, znajduje się w punkcie 4.5, natomiast ich szczegółowe omówienie – w punkcie 4.8.

4.5. Zestawienie osiągnięć prezentowanych w publikacjach wchodzących w skład cyklu – ujęcie syntetyczne

Zaprezentowany wyżej wkład badań w rozwój nauki obejmuje szereg osiągnięć, które, w sposób syntetyczny, przedstawia poniższa lista, z podziałem na (A) osiągnięcia dotyczące metod estymacji oraz (B) osiągnięcia dotyczące metod testowania:

A. Osiągnięcia dotyczące metod estymacji

A.1. Przegląd metod estymacji VaR i ES wraz z

- oceną ich skuteczności w warunkach wysokiej zmienności,
- wskazaniem kluczowych cech modeli,
- określeniem możliwości poprawy istniejących i rozwoju nowych metod (artykuły C4, C7, C10, C12).

A.2. Modyfikacja metody PWMM, służącej do estymacji grubych ogonów rozkładów z wykorzystaniem uogólnionego rozkładu Pareto – PWMM z niestandardowym estymatorem dystrybucyjności postaci *level crossing* (artykuł C11).

A.3. Propozycja nowego modelu zmienności – BM-R-GARCH – uwzględniającego kluczowe cechy modeli wybrane na podstawie wcześniejszych badań (artykuł C1).

B. Osiągnięcia dotyczące metod testowania

B.1. Przegląd metod testowania VaR i ES wraz z

- oceną skuteczności w warunkach wysokiej zmienności,
- oceną odporności na ryzyko estymacyjne,
- wskazaniem możliwości poprawy istniejących i rozwoju nowych metod (artykuły C5, C7, C9).

B.2. Nowe propozycje dotyczące testowania VaR.

B.2.a. Propozycja uogólnionego testu geometrycznego VaR wraz z wyprowadzeniem asymptotycznego rozkładu statystyki tego testu oraz rozkładów wcześniejszych testów opartych na geometrycznym rozkładzie prawdopodobieństwa (artykuł C6).

B.2.b. Korekta asymptotycznego rozkładu testu EACD, opartego na regresji z rozkładem wykładniczym (artykuł C8).

B.2.c. Propozycja testu spektralnego VaR ze statystyką Andersona-Darlinga (artykuł C3).

B.2.d. Propozycja testu VaR opartego na rozkładzie serii wraz z wyprowadzeniem dokładnego rozkładu statystyki testowej (artykuł C2).

B.3. Nowa propozycja bootstrapowego testu ES – *prediction-corrected ES test* (artykuł C9).

Każde z wymienionych wyżej osiągnięć dotyczące nowych propozycji metod estymacji, modeli lub testów obejmuje również szereg badań symulacyjnych oraz obszernych badań empirycznych wykorzystujących zarówno dane z okresów o typowej zmienności jak i dane z trzech kryzysów: globalnego kryzysu finansowego 2007/2008, wybuchu pandemii COVID-19 w 2020 i rosyjskiej agresji na Ukrainę w 2022. Badania te weryfikują własności metod w oparciu o rzeczywiste dane oraz pokazują względne przewagi w odniesieniu do wcześniejszych metod, w szczególności przewagi związane z danymi o wysokiej zmienności. W związku z wymienionymi wyżej osiągnięciami powstało autorskie oprogramowanie, za pomocą którego możliwe jest praktyczne wykorzystanie wszystkich nowych metod.

Szczegółowe omówienie poszczególnych osiągnięć ujętych w powyższym zestawieniu znajduje się dalej, w punkcie 4.8.

4.6. Wkład merytoryczny w powstawanie publikacji współautorskich

Większość badań zawartych w cyklu została w całości przeprowadzona samodzielnie. Wyjątkami były badania wieloautorskie (C1, C3, C4, C11) związane z propozycjami: zmodyfikowanej metody PWMM do szacowania uogólnionego rozkładu Pareto (C11), nowego modelu zmienności (C1, C4) oraz testu VaR wykorzystującego teorię spektralną (C3).

W odniesieniu do propozycji zmodyfikowanej metody PWMM (C11), moim wkładem była propozycja połączenia zmodyfikowanej metody PWMM z modelem GARCH wywodzącym się z teorii wartości ekstremalnej, wykorzystującym uogólniony rozkład Pareto. Propozycja ta została przeze mnie opracowana teoretycznie a następnie oprogramowana. Moim dalszym wkładem było przeprowadzenie badania symulacyjnego, które służyło określeniu

optymalnych parametrów nowej metody oraz opracowanie i wykonanie badania empirycznego z jej zastosowaniem.

W odniesieniu do badań związanych propozycją nowego modelu zmienności (C1), poprzedzonych wyborem kluczowych cech modelu w kontekście wysokiej zmienności (C4), moim wkładem było teoretyczne opracowanie połączenia modelu zakresu R-GARCH z metodą estymacji odpornej na obserwacje nietypowe. Wymagało ono dostosowania estymatora odpornego do zmodyfikowanego równania wariancji w modelu R-GARCH, ze względu na fakt, że w zmodyfikowanym równaniu zmianie ulegają rozkłady prawdopodobieństwa. Fakt ten musi być uwzględniony przy tzw. filtrowaniu wariancji ze względu na obserwacje nietypowe oraz przy spłaszczaniu funkcji celu, zmniejszającym wpływ obserwacji nietypowych. Odpowiednie dostosowania w tym zakresie zostały zaproponowane oraz wprowadzone do modelu przeze mnie. Moim wkładem było również zaprojektowanie i przeprowadzenie badań symulacyjnych, służące określeniu parametrów nowej metody w taki sposób, by odpowiadały one danym o wysokiej zmienności. Było nim również przeprowadzenie badań empirycznych oraz udział w interpretacji i analizie wyników. Dalszym moim wkładem była propozycja zastosowania nowego modelu do szacowania miar ryzyka VaR i ES. Na etapie badania związanym z szacowaniem miar ryzyka i oceną tych oszacowań mój udział wiązał się zarówno z opracowaniem koncepcji jak i samym przeprowadzeniem badań. Objął on zastosowanie prognoz wariancji pochodzących z nowego modelu zmienności do parametrycznej i nieparametrycznej estymacji VaR i ES oraz ocenę otrzymanych oszacowań. W szczególności, przeprowadzona została ocena prognoz ryzyka z wykorzystaniem autorskich testów. Jednym z efektów mojego udziału w tym badaniu było zatem połączenie dwóch filarów analizy ryzyka rynkowego, tj. estymacji i testowania w oparciu o autorskie metody.

W odniesieniu do badania poświęconego testowaniu VaR z wykorzystaniem teorii spektralnej (C3), mój wkład związany był z częścią metodyczną badania. Przede wszystkim polegał on na opracowaniu koncepcji badania, tj. zastosowania metody spektralnej do konstruowania testów VaR. Konstrukcja takich testów opiera się na porównywaniu empirycznej i teoretycznej funkcji gęstości spektralnej, co wiązało się z dalszym moim wkładem, którym były zaproponowanie statystyk testowych służących potrzebom takich porównań i teoretyczne uzasadnienie zamiany wcześniej stosowanych statystyk na inne. Moim wkładem było również opracowanie projektu badania symulacyjnego służącego ocenie własności testów.

Mój wkład merytoryczny i procentowy w powstawanie poszczególnych publikacji jest potwierdzony w oświadczeniach, będących załącznikiem nr 6 do wniosku o przeprowadzenie postępowania w sprawie nadania stopnia doktora habilitowanego.

4.7. Metodyka

W badaniach prezentujących nowe propozycje związane z szacowaniem i weryfikacją modeli VaR i ES, metody stanowiące punkt wyjścia, jak i te stanowiące punkt odniesienia w ocenie wyników, były różne w zależności od rodzaju badania, w szczególności w zależności od tego czy badanie dotyczyło metod estymacji czy testowania. Różne były również sposoby oceny – rozciągały się one od oceny błędów estymatorów i prognoz, uwzględniających, w zależności od potrzeb, korektę ze względu na heteroskedastyczność, poprzez funkcje straty i ocenę wymogów kapitałowych wg standardów bazylejskich, po różnego rodzaju procedury testowe. Ze względu na porównywanie wielu metod jednocześnie, procedury te uwzględniały porównania wielokrotne, jak np. test Hansena (2011) służący wyznaczeniu zbioru najlepszych modeli różniących się statystycznie istotnie od modeli pozostałych. Główne założenia metodyczne związane z poszczególnymi badaniami wskazane zostały przy ich szczegółowym opisie w punkcie 4.8.

Cechą łączącą badania, zarówno przeglądowe jak i zawierające nowe propozycje metod, była weryfikacja z wykorzystaniem danych o wysokiej zmienności. W badaniach symulacyjnych dane odzwierciedlające wysoką zmienność generowano poprzez zastosowanie odpowiedniej konstrukcji eksperymentów. Najczęściej stosowano dwustopniowe symulacje. Pierwszy ich etap służył temu by umożliwić kontrolę nad zjawiskiem skupiania się wariancji i w ten sposób mierzyć odległość od hipotezy zerowej. Taka metoda badania wymuszała wykorzystanie modeli GARCH z rozkładem normalnym. W drugim etapie, by odzwierciedlić zjawisko wysokiej zmienności, badania rozszerzono na eksperymenty symulacyjne z innymi rozkładami, najczęściej stosowano nieliniowe procesy GARCH z rozkładem t-Studenta. Wykorzystywano też rozkłady takie jak Pareto, log-gamma, Burra czy model zmienności stochastycznej Hestona. W eksperymentach tego drugiego typu nie była możliwa dokładana kontrola odległości od hipotezy zerowej, ale za to odzwierciedlały one możliwość wystąpienia ekstremalnych wahań cen.

Główny nacisk położono na badania empiryczne, w których reprezentację zjawiska wysokiej zmienności osiągnano poprzez włączanie okresów związanych z wybuchami kryzysów, takich jak kryzys finansowy 2007/2008, pandemia COVID-19 czy wojna rosyjsko-ukraińska. Dodatkowo, w badaniu oceniającym nowo zaproponowaną metodę estymacji VaR za pomocą modelu BM-R-GARCH, wykorzystano dane z rynku kryptowalut, dla których wysoka zmienność jest cechą typową, niezależną od okresu badawczego.

We wszystkich badaniach, trzymano się zasady niestosowania metod statystycznych do definiowania okresów wysokiej zmienności. Wynikało to z dążenia do odwzorowania rzeczywistości gospodarczej, w której uczestnicy rynku nie posiadają wiedzy *a priori* pozwalającej zaklasyfikować bieżący, a zwłaszcza nadchodzący, okres jako charakteryzujący

się zwykłą bądź wysoką zmiennością. W praktyce gospodarczej okna estymacji modeli, daty korekt parametrów, czy okresy testowania ocen ryzyka pokrywają się najczęściej z okresami kalendarzowymi jak tydzień, miesiąc czy rok. Przyjęto zatem założenie, że proponowane metody powinny charakteryzować się cechami takimi jak uniwersalność i elastyczność, tj. być odpowiednie dla okresów o różnej skali zmienności, która była dotychczas empirycznie obserwowana.

Kolejną cechą łączącą przeprowadzone badania było dostosowanie się do aktualnych standardów nadzorczych zalecających testowanie VaR i ES na poziomach tolerancji 1% i 2,5%, co zastąpiło popularnie stosowany wcześniej poziom 5%. We wszystkich badaniach przyjęto założenie o wykorzystaniu wyłącznie danych dziennych, łatwo dostępnych z popularnych źródeł, tj. danych o cenach otwarcia i zamknięcia, ewentualnie również o cenach maksymalnych i minimalnych w ciągu dnia.

4.8. Omówienie osiągnięć prezentowanych w publikacjach wchodzących w skład cyklu

A.1. Przegląd metod estymacji VaR i ES wraz z oceną ich skuteczności w warunkach wysokiej zmienności, wskazaniem kluczowych cech modeli i określeniem możliwości poprawy istniejących oraz rozwoju nowych metod (artykuły C4, C7, C10, C12)

Przeprowadzony w ramach cyklu badań przegląd metod estymacji służył, przede wszystkim, ocenie istniejących metod oraz określeniu głównych cech modelu odpowiedzialnych za skuteczność w prognozowaniu zmienności, w szczególności w warunkach wysokich wahań cen rynkowych. Miał on również za zadanie zdefiniowanie ewentualnej luki badawczej.

Przegląd metod estymacji został przeprowadzony w kilku etapach (C4, C7, C10, C12). W każdym z nich wykorzystywano dane charakteryzujące się nagłym wzrostem zmienności. Próby badawcze były każdorazowo dzielone w taki sposób, by możliwe było porównanie prognoz zmienności w okresie uznanym za charakteryzujący się zwykłą zmiennością oraz w okresie podwyższonej zmienności. Prognozy oceniane były zarówno za pomocą błędów prognozy jak i procedur testowych. W odniesieniu do błędów prognozy, zwłaszcza dla długich prób, obejmujących zróżnicowane okresy, wykorzystywano miary względne, skorygowane o heteroskedastyczność. Przy wyznaczaniu błędów prognozy, jako punkt odniesienia wykorzystywano zmienność zrealizowaną, którą w początkowych badaniach oceniano na podstawie kwadratu stopy zwrotu a w późniejszych badaniach – na podstawie dokładniejszego estymatora, z użyciem danych o wysokiej częstotliwości. Część badań ograniczała się wyłącznie do modeli zmienności (która jest głównym parametrem większości modeli VaR i ES) a część odnosiła się bezpośrednio do szacowania VaR i ES.

W pierwszym kroku skoncentrowano się na ocenie błędów prognozy modelu GARCH względem prognoz niewykorzystujących tego modelu, w warunkach przechodzenia przez okres wysokiej zmienności (C12). Przy wykorzystaniu danych pochodzących z okresu kryzysu finansowego 2007/2008, dotyczących sześciu powszechnie stosowanych indeksów giełdowych, pokazano, że przewaga modelu GARCH jest szczególnie duża w sytuacjach zmian na rynku, tj. w przypadku wchodzenia w okres kryzysu finansowego oraz w przypadku przechodzenia z okresu wzmożonych wahań do okresu stabilności. Pokazano również asymetrię błędu prognozy, rozumianą jako występowanie większych błędów niedoszacowania niż przeszacowania wariancji, oraz oceniono skalę redukcji tej asymetrii osiągalną dzięki zastosowaniu modelu GARCH. Analizowano też zmiany wartości parametrów modelu GARCH związane z przechodzeniem przez okres wzmożonej zmienności. W tym kontekście wskazano na osłabienie zjawiska persystencji wariancji w okresie kryzysu finansowego.

Badanie to uszczegółowiono następnie w dwóch kolejnych pracach (C7, C10), uwzględniających różne parametryzacje modelu GARCH oraz różne założenia dotyczące rozkładu składnika losowego. W pracy dotyczącej parametryzacji modelu (C10), skoncentrowano się zwłaszcza na specyfikacjach z asymetrią zmienności, czyli pozwalających odzwierciedlić fakt, że dynamika zmienności jest inna w przypadku ujemnych oraz dodatnich stóp zwrotu. Uwzględniono zatem, poza podstawowym modelem GARCH, specyfikacje z nieliniowym równaniem wariancji: N-GARCH, E-GARCH, GJR-GARCH i ich modyfikacje – NP-GARCH i AP-GARCH. Każdy z modeli występował dodatkowo w wariancie GARCH-*in-mean*, tj. z włączeniem prognozy wariancji do równania średniej. Badanie to przeprowadzono dla danych obejmujących okres kryzysu 2007/2008 oraz dwanaście indeksów giełd światowych, z podziałem na indeksy krajów wysoko rozwiniętych oraz krajów transformacji. Pokazano, że w świetle testów statystycznych, nie istnieje potrzeba włączania do równania wariancji rzędów opóźnień wyższych niż jeden, co potwierdziło częstą praktykę stosowaną w badaniach empirycznych. Potwierdzono również, w większości przypadków, brak istotności składnika GARCH-*in-mean*. Na podstawie błędów prognoz wykazano niewielką przewagę specyfikacji nieliniowych, w szczególności uwzględniających asymetrię zmienności, nad liniowymi. Analizując błędy prognoz, pokazano też że problem utraty dokładności w czasach kryzysu jest w większym stopniu widoczny na rynkach krajów transformacji niż wysoko rozwiniętych. Potwierdzono kluczowe znaczenie modeli klasy GARCH w redukcji tych błędów, w szczególności w okresach wchodzenia w kryzys oraz przechodzenia z kryzysu do okresu uznanego za charakteryzujący się zwykłą zmiennością.

W pracy analizującej założenia dotyczące rozkładu składnika losowego (C7) uwzględniono zarówno podejścia nieparametryczne, symulacji historycznej (HS) i filtrowanej symulacji historycznej (FHS), jak i parametryczne, reprezentowane przez modele GARCH w kilku podstawowych parametryzacjach (z asymetrią zmienności oraz bez niej) z rozkładem

normalnym i rozkładem t-Studenta. Włączono również, często stosowane w okresach wysokiej zmienności, tzw. modele POT (*pick-over-thresholds*) wywodzące się z teorii wartości ekstremalnych (EVT, *extreme value theory*), w których wykorzystuje się uogólniony rozkład Pareto. Badanie to objęło okres kryzysu 2007/2008 oraz pandemii COVID-19. Oparto je na trzech głównych indeksach giełdowych, tj. FTSE100, S&P500 i NIKKEI225. Wyniki, oparte na obszernej procedurze testowej, pokazały, że tylko jeden wniosek dotyczący wyboru modelu ma charakter uniwersalny dla wszystkich badanych indeksów i jest to wniosek mówiący o przewadze modeli klasy GARCH nad wszystkimi modelami homoskedastycznymi. Był to wniosek niezależny od wyboru rozkładu czy też braku założeń o rozkładzie. Zaobserwowano też, że powtarza się wniosek o zasadności stosowania modeli z asymetrią zmienności w warunkach podwyższonej zmienności. Wniosek ten potwierdził, że w czasach kryzysu reakcje inwestorów na spadki cen giełdowych mogą być bardziej gwałtowne niż reakcje na wzrosty cen. Nie był to jednak wniosek całkowicie uniwersalny – nie zaobserwowano go dla indeksu FTSE100. Próba dokonania wyboru jednego modelu, najczęściej pozytywnie ocenianego w warunkach kryzysu jak i poza nim, skutkowałą wskazaniem modelu GARCH z asymetrią zmienności, wywodzącego się z teorii wartości ekstremalnych, wykorzystującego uogólniony rozkład Pareto – GJR-GARCH-POT.

Posiłkując się wynikami trzech powyższych badań, pokazującymi, że modele klasy GARCH odgrywają ważną rolę w prognozowaniu zmienności w warunkach kryzysu, trudno jest jednak jednoznacznie wskazać ich uniwersalną parametryzację oraz założenie dotyczące rozkładu składnika losowego, w dalszym etapie położono nacisk na inne cechy modelu. Dokonano przeglądu literatury pod kątem metod estymacji, rozszerzeń modelu GARCH oraz metod alternatywnych (przegląd ten można znaleźć w pracy C4). Na tej podstawie, zdecydowano się, w kolejnych badaniach, uwzględnić dwa elementy, które uznano za istotne z perspektywy dokładności prognoz w warunkach wzmożonej zmienności. Elementami tymi były: zastosowanie metody odpornej na występowanie obserwacji nietypowych oraz wykorzystanie dodatkowej informacji o cenach maksymalnych oraz minimalnych. Jako reprezentację metod estymacji odpornych wykorzystano BM-estymator (*bounded M-estimator*, Muler i Yohai, 2008) oraz BVT-estymator (*bounded-variance-targeting estimator*, Boudt i in., 2013). Informację o cenach maksymalnych i minimalnych wprowadzono za pomocą tzw. modelu zakresu lub inaczej modelu R-GARCH (*range-based-GARCH*, Molnár, 2016) z estymatorem zmienności Garmana-Klassa (Garman i Klass, 1980).

W pracy analizującej powyższe elementy jako uzupełnienie modelu GARCH (C4) wykorzystano dane z okresu wybuchu kryzysu związanego z rosyjską agresją na Ukrainę w 2022 r. oraz, poza typowymi indeksami reprezentującymi rynek kapitałowy (S&P500, DAX, FTSE100), badanie rozszerzono o indeksy rynków walutowych (EUR/USD, EUR/JPY, USD/PLN), kryptowalutowych (BTC/USD, ETH/USD, XRP/USD) oraz towarowych, mocno

dotkniętych skutkami wojny (ropa naftowa, pszenica, złoto). W odniesieniu do metod szacowania zmienności w okresie kryzysu, stwierdzono, że największą redukcję błędów osiągnięto dzięki zastosowaniu modelu zakresu R-GARCH. Był on najlepiej dopasowany do danych w okresie najwyższych skoków zmienności, podczas gdy inne modele były opóźnione. Dodatkowo prognozy z tego modelu wykazywały zdolność do szybszego niż inne dopasowywania się do niskich poziomów zmienności, po wygaśnięciu szoków. Zaobserwowano ponadto, że odporne metody estymacji również, w sposób istotny statystycznie, poprawiają dokładność prognoz w okresie kryzysu.

Łącząc wszystkie etapy przeprowadzonych badań porównujących metody estymacji VaR i ES w warunkach wysokiej zmienności, wyciągnięto cztery najważniejsze wnioski:

- [1] Modele klasy GARCH, odzwierciedlające zmienność wariancji w czasie, są niezbędnym narzędziem prognozowania VaR i ES.**
- [2] Trudno jest jednoznacznie wskazać uniwersalną postać modelu, odpowiednią dla różnego rodzaju danych, jednak przewagą nad innymi modelami charakteryzuje się, wywodzący się z teorii wartości ekstremalnych, model klasy GARCH z asymetrią zmienności i uogólnionym rozkładem Pareto.**
- [3] Dodatkowymi elementami istotnie poprawiającymi dokładność prognoz zmienności (a zatem również VaR i ES) w czasie kryzysu są: wykorzystanie modeli z informacją o cenach maksymalnych i minimalnych (R-GARCH) oraz wykorzystanie metod estymacji odpornych na występowanie obserwacji nietypowych.**
- [4] Kierunki dalszych badań, dające możliwość poprawy istniejących modeli VaR i ES, wiążą się zatem z rozwojem metod wykorzystujących uogólniony rozkład Pareto, uwzględniających ceny maksymalne i minimalne oraz odpornych na obserwacje nietypowe.**

A.2. Modyfikacja metody PWMM, służącej do estymacji grubych ogonów rozkładów z wykorzystaniem uogólnionego rozkładu Pareto – PWMM z niestandardowym estymatorem dystrybucyjności postaci *level crossing* (artykuł C11)

Jak wskazano wyżej, zastosowanie teorii wartości ekstremalnych jest jednym z podejść poprawiających skuteczność standardowej estymacji VaR i ES w oparciu o model zmienności GARCH. Centralnym zagadnieniem tej teorii jest asymptotyczne przybliżanie ogonów rozkładów z wykorzystaniem uogólnionego rozkładu Pareto. Przybliżenie takie jest szeroko wykorzystywane w badaniach finansowych, ze względu na to, że pozwala na odzwierciedlenie rozkładów o grubych ogonach – asymptotyczny rozkład Pareto posiada parametr reprezentujący grubość ogona. W szczególności modele GARCH-POT, łączące zalety modeli

heteroskedastycznej zmienności z wykorzystaniem uogólnionego rozkładu Pareto, wskazywane są jako narzędzie prognozowania zmienności i ryzyka w warunkach wysokiej zmienności.

Temat estymacji uogólnionego rozkładu Pareto został podjęty w pracy (C11). Rozważano w nim metodę alternatywną dla standardowej metody największej wiarygodności (*maximum likelihood*, ML) – metodę momentów ważoną prawdopodobieństwami, PWMM. Zaproponowano modyfikację tej metody wykorzystującą niestandardowy estymator dystrybucyjny – tzw. postać *level crossing*. Motywacją zamiany metody ML na PWMM wynikała z faktu, że metoda ML potrzebuje dużej liczby obserwacji, co sprzeczne jest z samą definicją zdarzeń ekstremalnych. W celu potwierdzenia własności zmodyfikowanej metody PWMM w warunkach wysokiej zmienności, przeprowadzono badanie symulacyjne obejmujące cztery typy rozkładów o grubych ogonach, t-Studenta, Pareto, log gamma i Burra. Za pomocą tego badania porównano metodę PWMM do metody ML oraz do standardowej metody momentów, jak również zbadano wpływ zaproponowanej modyfikacji na własności estymatora parametru odpowiadającego za grubość ogona rozkładu wartości ekstremalnych. Stwierdzono przewagę metody PWMM nad obydwoima metodami stanowiącymi punkt odniesienia. Pokazano, że zaproponowana modyfikacja zmniejsza zarówno obciążenie jak i wariancję estymatora. Badaniu poddano też własności estymatora w zależności od parametru estymacji jakim jest rząd momentów w zmodyfikowanej metodzie PWMM. W szczególności, pokazano że wariancja estymatora rośnie wraz ze zwiększaniem rzędu, w związku z czym sformułowano rekomendację sugerującą wybór dwóch momentów, wartości oczekiwanej oraz momentu ważonego prawdopodobieństwem rzędu pierwszego. Wykorzystanie wyników badania zaprezentowano empirycznie na przykładzie jednego z głównych indeksów giełdy amerykańskiej, DJIA. W przykładzie tym, estymacji dokonywano m.in. na podstawie próby obejmującej okres kryzysu finansowego 2007/2008. Metodę zaproponowaną w tym badaniu oraz wnioski dotyczące jej parametryzacji wykorzystano w wielu dalszych pracach, w których do estymacji zmienności, VaR i ES stosowano model GARCH-POT oparty na uogólnionym rozkładzie Pareto (C2, C3, C5, C6, C7).

Podsumowując, w badaniu tym rozważano estymację uogólnionego rozkładu Pareto, stosowanego do odzwierciedlenia grubych ogonów rozkładów. Jako alternatywę dla metody ML, przedstawiono metodę PWMM. Zaproponowano modyfikację tej metody zmniejszającą obciążenie i wariancję estymatora. Określono parametry proponowanej metody najkorzystniejsze w punktu widzenia redukcji błędów estymatora.

A.3. Propozycja nowego modelu – BM-R-GARCH – uwzględniająca kluczowe cechy modeli zmienności wybrane na podstawie wcześniejszych badań (artykuł C1)

Ze względu na wyniki badań przeglądowych, związanych z estymacją zmienności, VaR i ES, celem kolejnej pracy (C1) było połączenie w jednym modelu klasy GARCH wybranych elementów pozwalających poprawić dokładność prognoz dla danych charakteryzujących się wysoką zmiennością. Zaproponowano nowy model BM-R-GARCH, który stanowi połączenie modelu zakresu R-GARCH, wykorzystującego informacje o dziennych cenach maksimum i minimum, z modelem odpornym na występowanie obserwacji nietypowych, wykorzystującym BM-estymator. Zaproponowano też dodatkową innowację, stanowiącą rozszerzenie tego modelu do wersji BMpc-R-GARCH (BM-R-GARCH *with proportional cut*), której celem było umożliwienie elastycznej redukcji wpływu obserwacji nietypowych na prognozy zmienności.

Aby możliwe było połączenie modelu zakresu R-GARCH z estymatorem odpornym, wprowadzono szereg modyfikacji. Miały one na celu dostosowanie metody estymacji odpornej na obserwacje nietypowe do zmodyfikowanego równania wariancji w modelu R-GARCH, w którym zastąpiono standardowy estymator zmienności zrealizowanej, estymatorem uwzględniającym informację o dziennych maksimach i minimach cen. Głównym zadaniem było ustalenie odpowiednich parametrów odcięcia przy filtrowaniu wariancji, które powinny odpowiadać zmienionemu rozkładowi estymatora zmienności (zamiast wcześniejszego estymatora o przybliżonym rozkładzie chi-kwadrat). Takie samo dostosowanie dotyczyło parametrów wygładzania funkcji celu, gdzie również uwzględniono zmieniony rozkład prawdopodobieństwa.

Propozycja związana z dodatkowym wariantem modelu, tj. wariantem BMpc-R-GARCH, zmieniła z kolei działanie tzw. mechanizmu propagacji zaproponowanego pierwotnie przez Mulera i Yohai (2008), który ogranicza wpływ obserwacji nietypowych na prognozę wariancji. Zaproponowana zmiana pozwoliła na redukcję wpływu obserwacji nietypowych proporcjonalnie do jego wielkości, zamiast obciążenia do ustalonego poziomu. Miało to odzwierciedlać tendencję do pozostawiania zmienności na zawyżonym poziomie przez kilka dni po wystąpieniu obserwacji nietypowej.

Własności nowego modelu zostały zaprezentowane z wykorzystaniem badania empirycznego, wykorzystującego dane z rynku kryptowalut, charakteryzujące się stale wyższym poziomem zmienności niż dane z innych rynków – BTC/USD (Bitcoin), ETC/USD (Ethereum Classic), ETH/USD (Ethereum), and LTC/USD (Litecoin). Próba badawcza objęła okres pandemii oraz wybuchu wojny rosyjsko-ukraińskiej. Proponowany model był sprawdzany w czterech wariantach, tj. BM-R-GARCH z uwzględnieniem zmodyfikowanego mechanizmu propagacji oraz bez niego, z rozkładem normalnym oraz t-Studenta. Porównano go do klasycznych modeli GARCH jak również do modeli GARCH wykorzystujących

estymator odporny oraz do modeli zakresu R-GARCH bez estymatora odpornego, tj. estymowanych za pomocą standardowej metody największej wiarygodności.

Wykorzystując błędy prognozy oraz procedurę testową pozwalającą na wybór tzw. zbioru modeli najlepszych czyli różniących się istotnie statystycznie od pozostałych, pokazano, że proponowany model ma przewagę nad wszystkimi innymi uwzględnionymi w badaniu. W szczególności jedynym modelem każdorazowo zawierającym się w zbiorze modeli najlepszych był model BMpc-RGARCH z rozkładem normalnym. Ponadto, dla większości kryptowalut, zbiór modeli najlepszych obejmował jedynie nowo zaproponowane modele.

Zaproponowane modele wykorzystano następnie do oszacowania miar ryzyka VaR i ES dla tych samych danych empirycznych. Obszerna procedura testowa, uwzględniająca szereg testów VaR i ES, oddzielnych i łącznych, kilka funkcji straty oraz ocenę wymogów kapitałowych zgodnie z regułami Komitetu Bazylejskiego potwierdziła skuteczność proponowanego modelu do prognozowania ryzyka dla danych o wysokiej zmienności.

Podsumowując, w badaniu tym rozważano wybrane (na podstawie wcześniejszych badań przeglądowych) cechy modeli zmienności poprawiające skuteczność prognoz w warunkach wysokich wahań cen. Zaproponowano model łączący dwa, rozwijane uprzednio odrębnie, nurty w literaturze. Model ten połączył, mianowicie, wykorzystanie informacji o cenach maksymalnych i minimalnych (w postaci modelu R-GARCH) z metodą estymacji odporną na obserwacje nietypowe. Dodatkowo, w nowym modelu uwzględniono innowację pozwalającą na elastyczną redukcję wpływu obserwacji nietypowych. Zaproponowany model zastosowano do estymacji miar ryzyka VaR i ES. Wykorzystując dane o wysokiej zmienności, pokazano jego skuteczność w porównaniu z modelami proponowanymi wcześniej w literaturze.

B.1. Przegląd metod testowania VaR i ES wraz z oceną ich skuteczności w warunkach wysokiej zmienności, oceną odporności na ryzyko estymacyjne oraz wskazaniem możliwości poprawy istniejących i rozwoju nowych metod (artykuły C5, C7, C9)

Przegląd metod testowania VaR przeprowadzono w dwóch głównych etapach (C5, C7). Pierwszy etap koncentrował się na dwóch testach, które od początku lat 90-tych stanowią standard weryfikacji modeli VaR w badaniach empirycznych. Drugi etap obejmował szeroką grupę testów VaR, w podziale na sześć klas. Celem obydwóch etapów była ocena własności testów z uwzględnieniem warunków wysokiej zmienności oraz wskazanie możliwości ich poprawy i rozwoju nowych metod.

Testami, które stanowiły centrum rozważań w pierwszym badaniu z tego zakresu (C7) były test Kupca (1995) oraz test Christoffersena (1998). Testy te mają szereg podobieństw. Ich konstrukcja oparta jest na statystyce LR (*likelihood ratio*, ilorazu wiarygodności), wywodzącej

się z metody największej wiarygodności, oraz posługują się asymptotycznym rozkładem chi-kwadrat. Zostały one wprowadzone do literatury jako metody służące testowaniu modeli VaR i, jako takie, zyskały niekwestionowaną popularność. W prezentowanym badaniu (C7) zauważono, że tego samego typu testowanie, służące tym samym, a nawet szerzej postawionym celom, można również przeprowadzić wykorzystując wcześniejsze, znane w statystyce i ekonometrii testy. M.in. można zastąpić test Kupca testem opartym na rozkładzie normalnym a test Christoffersena testem autokorelacji LB (Ljunga-Boxa). To drugie zastąpienie rozszerza możliwość testowania niezależności przekroczeń VaR na rzędy opóźnień większe niż jeden.

Analizę porównującą standardowe testy VaR z wcześniejszymi testami, stanowiącymi punkt odniesienia, przeprowadzono wykorzystując badanie symulacyjne oraz empiryczne. Badanie empiryczne zaplanowano z uwzględnieniem danych o wysokiej zmienności – objęło ono zarówno okres kryzysu 2007/2008 jak i wybuchu pandemii COVID-19. Zostało ono przeprowadzone z wykorzystaniem indeksów FTSE100, NIKKEI225 i S&P500.

Zarówno badanie symulacyjne jak i empiryczne doprowadziły do tych samych głównych wniosków. Wskazały one, że możliwa jest poprawa jakości testowania dzięki zastąpieniu standardowych testów VaR przez inne, znane w ekonometrii i statystyce testy, które dotychczas nie były powszechnie wykorzystywane w zastosowaniach finansowych. Różnice w jakości testów były niewielkie w przypadku zastępowania testu Kupca podejściem alternatywnym, były natomiast znaczne przy zamianie testu Christoffersena na inne podejście.

Ze względu na wynik powyższego badania, w kolejnym etapie (C5) poszerzono jego zakres, w taki sposób, by objąć wszystkie główne kierunki badań związane z poszukiwaniem alternatywy wobec popularnego testu Christoffersena. W efekcie przeprowadzono obszerne badanie zawierające sześć klas testów VaR, z których jedna objęła (i) testy liczby przekroczeń natomiast kolejne objęły testy niezależności przekroczeń różnego rodzaju, tj. (ii) oparte na łańcuchu Markowa, (iii) oparte na funkcji autokorelacji, (iv) testy regresyjne, (v) testy oparte na odstępach przekroczeń w czasie oraz (vi) testy gęstości spektralnej. Wcześniejsze badanie rozszerzono również w tym sensie, że oprócz standardowej oceny testów ze względu na ich podstawowe własności, tj. rozmiar i moc, rozważano dodatkowe zagadnienie, które zaczęło być intensywnie dyskutowane w literaturze związanej z testowaniem VaR – odporność testu na ryzyko estymacyjne.

Odnosząc się do kwestii ryzyka estymacyjnego, w literaturze zauważono, mianowicie, że modele VaR mogą być zbyt często odrzucane w testach ze względu na fakt, że rozkłady asymptotyczne wyprowadzane są w oparciu o rzeczywisty na nie estymowany poziom VaR. Z kolei testy przeprowadzane są w oparciu o oszacowania VaR obarczone ryzykiem estymacyjnym. Jako rozwiązanie zaproponowano zastąpienie rozkładów asymptotycznych rozkładami opartymi na technice podpróbowania (*subsampling*), uwzględniającymi ryzyko estymacyjne (Escanciano i Olmo, 2010, 2011). Zgadzając się z argumentacją podnoszoną

w literaturze, w prezentowanym badaniu (C5) postawiono pytanie o zasadność proponowanego rozwiązania. Zauważono, że rozwiązanie to poparte zostało badaniami przeprowadzonymi przy upraszczającym założeniu o wykorzystaniu stałego okna w schemacie estymacji.

Odpowiedź na pytanie postawione w badaniu (C5) oparto na złożonym badaniu symulacyjnym. Jego punktem wyjściowym była konstrukcja podobna jak we wcześniejszym etapie analiz, złożoność wynikała natomiast z konieczności uwzględniania techniki podpróbki. Jako że jest to technika symulacyjna, badanie zawierało zagnieżdżone symulacje. Odrzucono upraszczające założenie o stałym oknie i dopuszczono różne schematy estymacji, w tym schemat estymacji rolowanej z różną częstością korekty parametrów.

Wnioski wyciągnięte w oparciu o tak skonstruowane badanie były odwrotne niż te prezentowane we wcześniejszej literaturze. Pokazano mianowicie, że wprawdzie technika podpróbki zmniejsza błąd pierwszego rodzaju, lecz wyższą skuteczność daje odpowiednio dobrany schemat estymacji z określoną częstością korekty parametrów. Dodatkowo to drugie rozwiązanie umożliwia stosowanie rozkładów asymptotycznych zamiast czasochłonnej techniki podpróbki, więc jest korzystne z praktycznego punktu widzenia.

Odnosząc się do badanych klas testów, pokazano, że najbardziej odporne na ryzyko estymacyjne oraz efektywne w wykrywaniu nieprawidłowych modeli VaR są testy trzech klas: oparte na łańcuchu Markowa, odstępach między przekroczeniami VaR w czasie oraz testy gęstości spektralnej. Klasę testów opartych na łańcuchu Markowa reprezentował jednak nie popularny test Christoffersena, lecz jego uogólnienie uwzględniające zależności wyższych rzędów niż jeden (Pajhede, 2017). Co ważne z punktu widzenia zaktualizowanych standardów bazylejskich, stwierdzono też, że w wymienionych wyżej klasach testów, przy przejściu od testowania 5% VaR do testowania VaR na niższym poziomie tolerancji, pojawia się problem niedokładności rozkładów asymptotycznych. Oznacza on ryzyko zbyt częstego popełniania błędu pierwszego rodzaju, tj. odrzucenia prawidłowego modelu. Problem ten dotyczył w większym stopniu testów opartych na łańcuchu Markowa i odstępach między przekroczeniami VaR w czasie a w mniejszym stopniu testów gęstości spektralnej.

Ze względu, po pierwsze, na fakt, że miara VaR, stanowi podstawę testowania modeli ryzyka rynkowego w świetle standardów bazylejskich, a po drugie ze względu na obszerność literatury związanej z tym zagadnieniem, badania przeglądowe dotyczące testów VaR przeprowadzone zostały na większą skalę niż podobne badania dotyczące testów ES. Omówienie istniejących w literaturze metod testowania ES oraz problemów napotykanych przy tym zagadnieniu, zawarte zostało w pracy (C9). Dodatkowo, wstępne badania porównujące własności zaproponowanych w literaturze testów ES zawarte zostały w publikacjach uzupełniających cykl (P6, P7, P11), omówionych dalej w punkcie 5.2. Główne wnioski z badań przeglądowych dotyczyły dwóch aspektów. Po pierwsze, w przeciwieństwie do testowania VaR, w przypadku testowania ES, istnieje naturalna statystyka z próby, którą jest średnia z

wartości ekstremalnych, jednak głównym problemem jest brak znajomości jej rozkładu. Po drugie, spośród proponowanych w literaturze rozwiązań, najlepszymi własnościami charakteryzują się testy nieparametryczne ES, a spośród testów parametrycznych – test Wonga (2008) oparty na technice punktu siodłowego. Wnioski z tych badań zostały wykorzystane w artykule (C9), zawierającym propozycję nowego testu ES.

Łącząc wyniki zaprezentowanych porównań metod testowania, wyciągnięto kilka głównych wniosków:

- [1] Istnieje kilka klas testów niezależności VaR, które mają potencjał poprawy własności statystycznych standardowo wykorzystywanych testów. Są to, przede wszystkim, trzy klasy testów: oparte na łańcuchu Markowa, na odstępach między przekroczeniami w czasie oraz na funkcji autokorelacji lub jej przekształceniu spektralnym. Testy te mogą, w szczególności, poprawiać efektywność testowania w warunkach wysokiej zmienności. Wniosek związany z klasami testów stanowił jednocześnie wskazanie dalszych kierunków badań.**
- [2] Problemem, stanowiącym praktyczne utrudnienie w stosowaniu proponowanych w literaturze testów jest niedokładność rozkładów asymptotycznych, która powoduje utratę kontroli nad prawdopodobieństwem odrzucania prawidłowych modeli. Problem ten ujawnia się przy niskich poziomach tolerancji VaR, zgodnych z aktualnymi standardami nadzorczymi, i dotyczy głównie procedur z klasy testów opartych na łańcuchu Markowa i odstępach między przekroczeniami w czasie. Opisany problem ujawnił lukę badawczą, wskazując kolejne kierunki rozwoju badań.**
- [3] Innym problemem jest niedokładność wynikająca z ryzyka estymacyjnego, można ją jednak znacząco zredukować, odpowiednio dostosowując schemat estymacji zamiast stosowania metod symulacyjnych proponowanych wcześniej w literaturze.**

B.2.a Propozycja uogólnionego testu geometrycznego VaR wraz z wyprowadzeniem asymptotycznego rozkładu statystyki tego testu oraz rozkładów wcześniejszych testów opartych na geometrycznym rozkładzie prawdopodobieństwa (artykuł C6)

Jednym z wniosków wynikających z przedstawionych wyżej analiz było wskazanie klasy testów opartych na odstępach przekroczeń w czasie jako klasy charakteryzującej się wysoką efektywnością wykrywania nieprawidłowych modeli. Wniosek ten stanowił punkt wyjścia do badania obejmującego testy tej klasy (C6), w szczególności testy oparte na rozkładzie geometrycznym. Zastosowanie tego rozkładu w testowaniu VaR bazuje na przekształceniu procesu przekroczeń w proces odstępów w czasie. Odstępy te, o ile przekroczenia VaR są niezależne, powinny charakteryzować się własnością braku pamięci. Rozkład geometryczny reprezentuje tę własność, co stanowi podstawę konstrukcji omawianych testów.

Charakterystyczną cechą rozkładu geometrycznego jest m.in. płaska funkcja hazardu, którą można porównywać z funkcją uzyskaną empirycznie, co ułatwia intuicyjne tworzenie statystyk testowych.

Pomimo wysokiej mocy, stwierdzonej w poprzednim badaniu (C5), oraz prostej, intuicyjnej konstrukcji wykorzystującej funkcję hazardu, testy oparte na procesie odstępów w czasie nie zyskały popularności. Zauważono (C6), że jednym z problemów może być niedokładność przybliżonych rozkładów asymptotycznych, która powoduje, że testy te wymagają stosowania symulacyjnej techniki testu Monte Carlo. Odpowiadając na ten problem, w prezentowanym badaniu wyprowadzono asymptotyczne rozkłady testu geometrycznego (zaproponowanego pierwotnie przez Berkowitza, Christoffersena i Pelletiera, 2011) oraz testu geometrycznego z dodatkowymi zmiennymi objaśniającymi (zaproponowanego pierwotnie przez Pelletiera i Wei, 2016). Przy wyprowadzaniu tych rozkładów oparto się na obserwacji, że, w obydwóch procedurach, testowane parametry znajdują się na granicy zbioru dopuszczalnych parametrów. Powoduje to, że standardowa reprezentacja asymptotyczna statystyki testowej, będącej ilorazem wiarygodności, jest nieprawidłowa. Wykorzystując odpowiednie twierdzenia obejmujące niestandardowe przypadki (Self and K. Y. Liang, 1987) określono prawidłową reprezentację asymptotyczną oraz jej rozkład będący mieszanką rozkładów jednostajnego oraz chi-kwadrat.

W prezentowanym badaniu (C6) zaproponowano też uogólnienie testu geometrycznego z dodatkowymi zmiennymi objaśniającymi oraz wyprowadzono asymptotyczny rozkład uogólnionej statystyki testowej. Pokazano, że rozkład ten również stanowi mieszankę rozkładów jednostajnego oraz chi-kwadrat.

Ponadto w badaniu (C6) odniesiono się do propozycji testu VaR w inny sposób wykorzystującego własności rozkładu geometrycznego – opartego nie na funkcji hazardu, ale na współczynniku Giniego (Kramer i Wied, 2015). Test ten, w zaproponowanej oryginalnie wersji oparty został o technikę Monte Carlo. Brak rozkładu asymptotycznego wynikał prawdopodobnie z trudności w określeniu przybliżonego odchylenia standardowego dla statystyki o nieliniowym charakterze. W odpowiedzi na ten problem, w omawianym badaniu zaproponowano zmodyfikowaną wersję statystyki testowej oraz określono przybliżony rozkład asymptotyczny w oparciu o metodę linearyzacji (Davidson, 2009). Dodatkowo, w badaniu rozważano kwestię wyprowadzenia teoretycznej wartości współczynnika Giniego w rozkładzie geometrycznym, która potrzebna jest do wyznaczenia statystyki testowej. Zaproponowano sposób wyprowadzenia tej wartości w oparciu o definicję współczynnika zaproponowaną przez Giniego, zamiast wyprowadzenia wykorzystującego dwustopniową procedurę wymagającą obliczania całki Stieltjesa. Pokazano, że obie procedury prowadzą do tego samego wyniku.

Teoretyczne propozycje statystyk testowych oraz ich rozkładów asymptotycznych poparto badaniami symulacyjnym i empirycznym, weryfikującymi własności statystyczne.

Badanie empiryczne oparto na prognozach VaR dla indeksu NASDAQ w czasie wybuchu pandemii COVID-19. Jako punkt odniesienia przyjęto test Christoffersena (1998), ze względu na jego powszechne użycie, oraz test GMM (Candelon i in., 2011), stanowiący konkurencyjną, najdokładniejszą w świetle badań, procedurę z klasy testów opartych na odstępach między przekroczeniami. Pokazano znaczącą przewagę testów opartych na odstępach nad testem Christoffersena w każdej z przeprowadzonych analiz. W stosunku do testu GMM pokazano, że przy testowaniu 5% VaR, proponowane testy charakteryzują się podobnymi własnościami. Przewaga zaproponowanych procedur ujawniła się przy testowaniu 1% VaR, co odpowiada zaleceniom Komitetu Bazylejskiego. Na podstawie badania empirycznego wskazano, że dzięki zaproponowanym statystykom testowym możliwe było wyciągnięcie szeregu praktycznych wniosków, dotyczących wyboru modelu VaR w różnych warunkach rynkowych. Wnioski te nie były możliwe do wyciągnięcia na podstawie konkurencyjnego testu GMM.

W ramach proponowanych statystyk testowych, główne rekomendacje dotyczyły testu geometrycznego oraz geometrycznego z dodatkowymi zmiennymi, wskazano jednak również sytuacje, w których test oparty na współczynniku Giniego może mieć przewagę nad innymi. W szczególności dotyczyło to niewielkich prób oraz wysokiej wrażliwości na niewielkie odstępstwa od hipotezy zerowej. Zwrócono uwagę również na zaletę tego testu polegającą na jego prostej konstrukcji, nie wymagającej użycia żadnych technik estymacji.

Wyniki tego badania wykorzystano w omówionej wcześniej pracy, proponującej nowy model zmienności (C1). Otrzymane w niej prognozy ryzyka testowano za pomocą testu geometrycznego z rozkładem wyprowadzonym w omawianym badaniu.

Podsumowując, w prezentowanym badaniu rozważano własności testów VaR opartych na rozkładzie geometrycznym. Odnosząc się do testów wykorzystujących funkcję hazardu rozkładu geometrycznego osiągnięto dwa cele. Po pierwsze, wyprowadzono asymptotyczne rozkłady statystyk testowych, co pozwoliło na redukcję niedokładności w testowaniu bez konieczności uciekania się do metod symulacyjnych. Po drugie, określono uogólniony test geometryczny oraz podano jego rozkład. Odnosząc się do testu opartego na współczynniku Giniego dla rozkładu geometrycznego, zaproponowano jego modyfikację oraz określono rozkład asymptotyczny. Pokazano, że powyższe propozycje są dokładne oraz posiadają relatywne przewagi, związane z efektywnością testowania, w stosunku do punktów odniesienia wybranych zarówno spośród procedur wewnątrz swojej klasy jak i opartych na łańcuchu Markowa.

B.2.b. Korekta asymptotycznego rozkładu testu EACD – opartego na regresji z rozkładem wykładniczym (artykuł C8)

Przedstawione wyżej badanie oparte zostało na rozkładzie geometrycznym jako odzwierciedlającym pożądaną własność braku pamięci pomiędzy przekroczeniami VaR. Ciągłym odpowiednikiem tego rozkładu jest rozkład wykładniczy, będący **jedynym** ciągłym rozkładem z własnością braku pamięci. Zatem, naturalną kontynuacją powyższego nurtu badawczego jest konstruowanie testów w oparciu o rozkład wykładniczy. Jednym ze sposobów zaproponowanych w literaturze jest testowanie hipotezy braku pamięci za pomocą regresji z rozkładem wykładniczym w teście EACD (*exponential autoregressive conditional duration*, Engle i Russel, 1998). Wówczas konstrukcja testu sprowadza się do testowania istotności parametrów regresji. W ramach badań uzupełniających cykl (P6) pokazano, że test VaR EACD charakteryzuje się wysoką efektywnością wykrywania nieprawidłowych modeli, natomiast problemem jest niedokładność tego testu polegająca na znacznym odbieganiu prawdopodobieństwa błędu pierwszego rozmiaru (odrzućenia prawidłowego modelu) od założonego poziomu istotności. Niedokładność ta wynika ze stosowania rozkładu asymptotycznego. Możliwym rozwiązaniem, tak jak przy wcześniej rozważanych testach, jest stosowanie techniki testu Monte Carlo, jest to jednak rozwiązanie niekorzystne z praktycznego punktu widzenia. Może to wyjaśniać brak popularności omawianego podejścia. Problem ten stanowił motywację do podjęcia badania związanego z testem EACD (C8). Jego celem było wyprowadzenie skorygowanego rozkładu asymptotycznego.

W badaniu (C8) pokazano, że niedokładność standardowego rozkładu asymptotycznego chi-kwadrat wynika z faktu, że, przy założeniu hipotezy zerowej, testowany parametr znajduje się na granicy zbioru wszystkich dopuszczalnych parametrów. Dzieje się tak, gdyż testowaną wartością współczynnika regresji jest zero a jednocześnie na parametr ten narzuca się założenie nieujemności. Zatem, w celu uzyskania poprawnej reprezentacji asymptotycznej należy użyć twierdzeń o własnościach statystyki ilorazu wiarygodności w nietypowych przypadkach (Self and Liang, 1987). W oparciu o te twierdzenia, pokazano, że rozkład statystyki testu EACD dąży asymptotycznie do mieszanki dwóch rozkładów chi-kwadrat.

Dokładność testu przy wykorzystaniu określonego jak wyżej rozkładu asymptotycznego pokazano symulacyjnie i graficznie. Porównując podejście EACD z popularnym testem Christoffersena (1998), wskazano, że proponowany test ma kilka przewag. Po pierwsze jego rozmiar jest bliższy założonemu, co oznacza lepszą kontrolę nad prawdopodobieństwem odrzucania prawidłowych modeli VaR. Po drugie pokazano stabilność rozmiaru niezależnie od doboru parametrów testowania takich jak poziom istotności oraz poziom tolerancji VaR. Tę drugą cechę wskazano jako szczególnie istotną w świetle narzucenia przez Komitet Bazylejski dwóch niskich poziomów tolerancji VaR – 1% i 2,5%. Po trzecie potwierdzono wysoką efektywność wykrywania nieprawidłowych modeli przez test EACD. W szczególności

pokazano szybki wzrost mocy w niewielkiej odległości od hipotezy zerowej nawet przy stosunkowo niewielkim rozmiarze próby. Oznacza to pożądaną wysoką wrażliwość na niewielkie odstępstwa od testowanego postulatu niezależności przekroczeń VaR.

Podsumowując, w prezentowanym badaniu, rozważano kolejny test z klasy testów VaR opartych na odstępach między przekroczeniami w czasie. Wskazano przyczynę jego niedokładności oraz, by tę niedokładność zredukować, wyprowadzono skorygowany, asymptotyczny rozkład statystyki testowej. Graficznie oraz symulacyjnie potwierdzono skalę redukcji błędu oraz wskazano na wysoką skuteczność tego testu przy wykrywaniu niewielkich odstępstw od hipotezy zerowej.

B.2.c. Propozycja testu spektralnego VaR ze statystyką Andersona-Darlinga (artykuł C3)

Przegląd testów VaR, wykonany w ramach omawianego cyklu publikacji, wskazał kilka kierunków badań, mających na celu poprawę własności statystycznych przeprowadzanych procedur testowych. Jednym z tych kierunków było wykorzystanie funkcji autokorelacji, które umożliwia testowanie z uwzględnieniem opóźnień rzędów wyższych niż jeden. Możliwość tę analizowano we wstępnym etapie badań poprzez wykorzystanie popularnego testu LB (C7). Innym zaproponowanym sposobem testowania związanym z funkcją autokorelacji, również odpowiednim do testowania zależności wyższych rzędów, jest wykorzystanie jej spektralnego przekształcenia. Ten kierunek stanowił przedmiot kolejnego badania (C3).

Podstawowym założeniem testu spektralnego jest przekształcenie empirycznego procesu odstępów między przekroczeniami z dziedziny czasu w dziedzinę częstotliwości za pomocą transformacji Fouriera. Takie przekształcenie, nie wiąże się z żadną utratą informacji, powoduje jedynie zmianę jej reprezentacji, co oznacza, że pewne własności są inaczej wyeksponowane. Zatem, mimo tej samej zawartości informacji pomiędzy funkcją autokorelacji a jej odpowiednikiem w postaci gęstości spektralnej, testy statystyczne oparte na tych funkcjach mogą różnić się mocą. Dodatkowo, przy założeniu niezależności przekroczeń VaR, funkcja gęstości spektralnej posiada bardzo wygodny do konstrukcji testów, płaski kształt. Obserwacja ta została wykorzystana pierwotnie do skonstruowania testu VaR przez Berkowitza i in. (2011), jednak, ze względu na niezadowalające wyniki, kierunek ten nie był kontynuowany. Pierwotna propozycja została jednak oparta na dwóch statystykach możliwych do zastosowania przy porównywaniu empirycznej gęstości spektralnej do teoretycznej. Celem prezentowanego badania było rozważenie możliwości wykorzystania innych statystyk testowych, które, zgodnie ze wskazaniem teoretycznymi mogą skutkować lepszymi własnościami statystycznymi testu.

Zgodnie z powyższym celem, w badaniu (C3) zaproponowano wykorzystanie statystyk Kuipera i Andersona-Darlinga. Przedstawiono argumenty teoretyczne wskazujące,

że w szczególności test oparty na statystyce Andersona-Darlinga może lepiej odpowiadać postawionym hipotezom zerowej i alternatywnej. Zaprezentowano wyniki oparte zarówno na symulacjach jak i badaniu empirycznym, które zaprzeczyły wcześniejszym wnioskom o niewielkiej przydatności testów spektralnych do testowania VaR. Obydwa badania zaprojektowano w sposób prezentujący własności testów w warunkach wysokiej zmienności. W badaniu empirycznym zawarto dane pochodzące z trzech kryzysów, 2007/2008, COVID-19 i początku wojny rosyjsko-ukraińskiej oraz oparto się na amerykańskich i europejskich indeksach giełdowych odzwierciedlających wpływ kryzysów na poszczególne rynki, S&P500, FTSE100, DAX i CAC40. Test Andersona-Darlinga, wybrany do reprezentacji testów spektralnych porównano ze standardowym punktem odniesienia w postaci testu Christoffersena (1998) jak również z uogólnionym testem Markowa, który we wcześniejszych badaniach został uznany za przeważający nad przedstawicielami innych klas testów VaR.

Wskazano na trzy główne konkluzje z przeprowadzonych badań. Po pierwsze pokazano, że test oparty na statystyce Andersona-Darlinga ma na tyle dużą przewagę nad wcześniejszymi testami spektralnymi, że zmienia to wnioski z poprzednich badań, które mówiły o niewielkiej przydatności metody spektralnej do testowania VaR. Po drugie wykazano, że proponowany test był bardziej skuteczny we wskazywaniu nieprawidłowych testów niż testy stanowiące punkt odniesienia oraz że nie wystąpiła żadna sytuacja w której jakiegokolwiek model odrzucony przez inne testy nie zostałby odrzucony przez test spektralny. Po trzecie zaobserwowano, że największe różnice we wskazaniach testów, wskazujące na przewagę testu spektralnego, towarzyszyły danym pochodzącym z kryzysów związanych z pandemią COVID-19 i wojną rosyjsko-ukraińską.

Podsumowując, w prezentowanym badaniu rozważano możliwość poprawy własności statystycznych testów VaR opartych na gęstości spektralnej poprzez zastosowanie różnych statystyk testowych. Teoretycznie, symulacyjnie oraz empirycznie uzasadniono wybór statystyki Andersona-Darlinga. Pokazano, że proponowany test jest zarówno dokładny jak i efektywny w stosunku do innych testów swojej klasy i w stosunku do uogólnionego testu Markowa, który we wcześniejszych badaniach został uznany za przeważający nad przedstawicielami innych klas testów VaR. W szczególności jego przewaga dotyczyła warunków wysokiej zmienności.

B.2.d. Propozycja testu VaR opartego na rozkładzie serii wraz z wyprowadzeniem dokładnego rozkładu statystyki testowej (artykuł C2)

Przedstawione wyżej badania, związane z testami VaR, jako główny problem badawczy traktowały niską moc testów popularnie stosowanych w praktyce oraz wskazywały różne sposoby rozwiązania tego problemu poprzez konstrukcję nowych procedur. Drugim

poruszonym problemem była niedokładność rozkładów asymptotycznych, powodująca odrzucanie prawidłowych modeli. W odpowiedzi na to, w powyższych badaniach weryfikowana była dokładność testów oraz wyprowadzane były lepiej dopasowane rozkłady asymptotyczne. Innym sposobem rozwiązania problemu niedokładności rozkładów asymptotycznych jest poszukiwanie procedury, dla której znany byłby dokładny rozkład dla prób skończonych. Taka procedura testowania VaR zaproponowana została w kolejnym prezentowanym badaniu (C2).

W badaniu tym (C2), w celu opracowania testu VaR posiadającego dokładny rozkład dla prób skończonych, zaproponowano konstrukcję opartą na rozkładzie serii. Intuicyjnie, konstrukcja ta opiera się na fakcie, że przy założeniu testowanego postulatu niezależności, obserwacje przekraczające VaR powinny być losowo rozłożone w zero-jedynkowym procesie przekroczeń. Oznacza to, że liczba serii zer i jedynek w tym procesie powinna odpowiadać teoretycznemu rozkładowi liczby serii.

Tak skonstruowany test posiada statystykę o znanym, dokładnym rozkładzie, jednak jego wadą jest dyskretny charakter tej statystyki. Powoduje on, że nie każdy poziom istotności jest możliwy do osiągnięcia i w rezultacie rzeczywisty rozmiar testu bywa zawyżony. W celu rozwiązania niedokładności wynikającej z dyskretnego charakteru statystyki, zaproponowano zastosowanie splotu rozkładów – dyskretnego i ciągłego wg metody zaproponowanej w pracach Podolskij i Ziggel (2009) oraz Ziggel i in. (2014). Pozwoliło to na otrzymanie ciągłego rozkładu statystyki testowej. W badaniu podano formułę określającą, w sposób jawny, dokładną postać tego rozkładu. Podano również wartości krytyczne dla typowych wielkości parametrów.

W zaprezentowanej w badaniu dyskusji, stwierdzono, że propozycja oparta na rozkładzie serii ma szereg zalet w odniesieniu do innych testów VaR. Najważniejszą jest dostępność dokładnego rozkładu dla prób skończonych opisanego jawną formułą. Dzięki temu test nie wymaga metod symulacyjnych i jest łatwy do stosowania w praktyce. Drugą zaletą jest rozwiązanie problemu niewielkiej liczby obserwacji przy niskim poziomie tolerancji VaR (1% lub 2,5%), która przy innych konstrukcjach testów powoduje niedokładność rozkładów asymptotycznych. Odpowiada to aktualnym wymaganiom Komitetu Bazylejskiego. Trzecią zaletą jest kontrola nad błędem pierwszego rodzaju, osiągnięta przy przejściu do ciągłej wersji statystyki testowej dzięki zastosowaniu metody splotu rozkładu dyskretnego z ciągłym. Dzięki tej własności, proponowany test spełnia postulat statystycznej dokładności. Kolejna mocna strona proponowanego testu związana jest z jego mocą. Zaproponowana konstrukcja sprawia, że hipoteza alternatywna testu nie narzuca żadnych założeń dotyczących rozkładu. Moc testu rozciąga się potencjalnie na zależności różnego rodzaju i różnych rzędów. Cecha ta odpowiada postulatowi statystycznej efektywności testu.

Stwierdzone teoretycznie cechy proponowanego testu zostały poddane weryfikacji w badaniu symulacyjnym oraz empirycznym z uwzględnieniem danych o wysokiej zmienności.

Dane te dotyczyły indeksu S&P500 oraz objęły okres wybuchu pandemii COVID-19. Jako punkty odniesienia przyjęto, poza standardowym testem Christoffersena (1998), trzy testy charakteryzujące się wyróżniającymi własnościami stwierdzonymi we wcześniejszych badaniach: uogólniony test Markowa (Pajhede, 2017), test GMM (Candelon i in., 2011) i geometryczny test VaR (Pelletier i Wei, 2016). Stwierdzono, że dokładność testu daje mu największą przewagę nad innymi procedurami dla niskich poziomów tolerancji VaR – 1% i 2,5%, zgodnych z aktualnymi standardami nadzorczymi.

Podsumowując, badanie poświęcone zostało poszukiwaniu dokładnego testu niezależności przekroczeń VaR dla prób skończonych. Zaproponowano rozwiązanie z wykorzystaniem rozkładu liczby serii. Podano jego wariant dyskretny oraz ciągły oraz wskazano przewagi względem testów różnych klas, stanowiących punkty odniesienia.

B.3. Propozycja bootstrapowego testu ES, *prediction-corrected ES test* (artykuł C9)

W omawianym cyklu publikacji, zagadnienie testowania modeli ryzyka poruszane było przede wszystkim w odniesieniu do miary VaR, ze względu na zalecenia Komitetu Bazylejskiego. Biorąc jednak pod uwagę kierunek zmian w tych zaleceniach, polegający na coraz szerszym wykorzystaniu miary ES, zwrócono również uwagę na możliwość testowania wartości tej miary.

W przeciwieństwie do rozważanych wyżej testów VaR, gdzie możliwa jest bardzo szeroka gama podejść służących do testowania niezależności⁴, w przypadku ES istnieje naturalna statystyka testowa. Jest nią ES z próby. Zatem w rozważaniach dotyczących testów ES przyjęto założenie o wykorzystaniu tej naturalnej statystyki. Problemem, wokół którego koncentruje się literatura związana z testowaniem ES, oraz który stanowił motywację do podjęcia badania prezentowanego w cyklu (C9), jest nieznany rozkład ES z próby. W ogólnym przypadku, rozkład średniej z obserwacji ekstremalnych, którą jest ES z próby, jest nieznany. Ze względu na rzadkość występowania tych obserwacji, będącą naturalną cechą zjawisk ekstremalnych, brak jest też możliwości zastosowania centralnego twierdzenia granicznego oraz asymptotycznej zbieżności, typowo wykorzystywanych dla wnioskowania o średniej w innych przypadkach.

Innym problemem konstrukcji testu opartego na ES z próby, podjętym w prezentowanym badaniu, jest heteroskedastyczność danych, tj. zmienność wariancji w czasie, która powoduje, że wyznaczenie średniej bezpośrednio na podstawie szeregu obserwacji jest niepoprawne. Jednym z rozwiązań tego problemu jest zgłoszona w literaturze

⁴ Niezależność przekroczeń VaR jest jednym z dwóch głównych postulatów prawidłowego modelu ryzyka, obok postulatu związanego z liczbą przekroczeń. Jest jednocześnie najszerzej dyskutowanym aspektem testowania VaR w literaturze przedmiotu.

propozycja testu opartego na resztach, czyli na zmiennych poddanych uprzednio standaryzacji względem dziennej wariancji (dokładnie odchylenia standardowego; *residual-based ES test*, McNeil i Frey, 2000). Jednak wprowadzenie do procedury oszacowań wariancji powoduje dodatkowe ryzyko estymacyjne i zmienia własności testu. Ponadto testowaniu ES nie zawsze towarzyszy znajomość modelu wariancji, który wówczas trzeba przyjąć i oszacować.

Odpowiadając na powyższe problemy, w badaniu (C9) zaproponowano test, który wykorzystuje zmienne skorygowane o prognozę ES (*prediction-corrected ES test*). Zmienne takie same w sobie zawierają prognozę wariancji, są zatem odporne na heteroskedastyczność danych. W literaturze zmienne te były wcześniej proponowane do testowania ES z wykorzystaniem techniki testu Monte Carlo. Technika ta stosowana była ze względu na zaznaczony wyżej problem nieznajomości rozkładu statystyki testowej. Technika Monte Carlo wymaga jednak użycia założeń o rozkładzie zmiennej wyjściowej (standaryzowanej stopie zwrotu), co, zwłaszcza w przypadku obserwacji ekstremalnych, obarczone może być dużymi błędami. Zamiast tego, w prezentowanym badaniu zaproponowano rozwiązanie wykorzystujące fakt, że testowanie średniej można przeprowadzić techniką bootstrapową, pozbawioną jakichkolwiek założeń o rozkładzie.

W badaniu (C9) zdefiniowano zatem bootstrapowy test ES oparty na zmiennych skorygowanych o prognozy ES. Rozważano go razem z wcześniej zaproponowanym w literaturze testem opartym na resztach oraz z jego modyfikacją, która zamiast obserwacji przekraczających oszacowanie VaR uwzględnia stały odsetek obserwacji ekstremalnych (*fixed-failure-rate ES test*, Embrechts i in., 2005). Modyfikacja ta ma na celu uniezależnienie procedury od modelu VaR. W celu przeprowadzenia analizy porównawczej dokonano dodatkowej modyfikacji testu *fixed-failure-rate*, w taki sposób by uwzględniał heteroskedastyczność danych. Pozwoliło to uzyskać porównywalność procedur. Jako dodatkowe odniesienie przyjęto test parametryczny, wykorzystujący technikę punktu siodłowego do wyznaczenia przybliżonych p-wartości (Wong, 2008). Wybrano go jako punkt odniesienia, ze względu na wyniki badań uzupełniających cykl, dokumentujących dobre własności tego testu (prezentowane dalej prace P6, P7, P11).

Cechy analizowanych testów porównano z badaniem symulacyjnym, wykorzystującym, poza modelami z rozkładem normalnym, modele z rozkładami o grubych ogonach oraz dodatkowo model zmienności stochastycznej Hestona. Porównanie pokazało, że proponowany test jest zarówno dokładny jak i efektywny oraz posiada własności porównywalne z testem opartym na parametrycznych założeniach. Wykorzystany w badaniu przykład z rynku opcyjnego empirycznie zademonstrował cechy proponowanego testu dla danych o wysokiej zmienności, charakteryzujących się nieliniowym profilem ryzyka. Zilustrował on ważną cechę konstrukcyjną, polegającą na niezależności od oszacowań wariancji. Cecha ta sprawiła, że był to jedyny test który był możliwy do bezpośredniego zastosowania do prognoz ES dla

rozważanych opcji. Nie było wymagane przyjmowanie jakichkolwiek założeń o rozkładzie ani szacowanie zmienności, jak przy innych testach. Przykład ten pokazał też, że proponowany test wskazał wąską klasę modeli odpowiednich do prognozowania ES.

Wyniki tego badania wykorzystano w prezentowanej wcześniej pracy, proponującej nowy model zmienności (C1). Otrzymane w niej prognozy ryzyka testowano za pomocą zaproponowanego w omawianym badaniu testu ES.

Podsumowując, w badaniu odniesiono się do problemu testowania ES. Zaproponowano nowy test, łączący dwa rozwiązania, które we wcześniejszej literaturze funkcjonowały odrębnie. Pierwszym z nich było wykorzystanie zmiennych skorygowanych o prognozy ES, odpornych na heteroskedastyczność oraz wygodnych z praktycznego punktu widzenia (niewymagających estymacji zmienności). Drugim wykorzystanym rozwiązaniem było zastosowanie techniki bootstrapowej do testowania średniej z obserwacji ekstremalnych. Pokazano relatywne przewagi proponowanego testu w stosunku do parametrycznego testu ES Wonga (2008), wybranego jako punkt odniesienia.

4.9. Podsumowanie i dalsze kierunki badań

W artykułach zawartych w prezentowanym cyklu badano ryzyko rynkowe w warunkach zwykłej oraz wysokiej zmienności. Badaniami objęto dwa główne filary metod, tj. estymację i testowanie. Dokonano przeglądu metod istniejących, które oceniono w odniesieniu do nowych wyzwań powstałych w związku kryzysami, nowymi instrumentami oraz zreformowanymi standardami regulującymi rynek. Przedstawiono własne propozycje obejmujące zmodyfikowaną metodę estymacji uogólnionego rozkładu Pareto, nowy model zmienności łączący kluczowe cechy wcześniejszych modeli wybrane ze względu na kontekst wysokiej zmienności, nowe i zmodyfikowane statystyki testowe oraz skorygowane rozkłady statystyk. W efekcie powstał zestaw metod szacowania i weryfikacji prognoz ryzyka rynkowego, których skuteczność potwierdzona została zarówno dla danych o zwykłej jak i wysokiej zmienności. W ostatnim z przeprowadzonych badań, w którym zaproponowano nowy model zmienności, zastosowany następnie do estymacji ryzyka, dwa główne filary analiz, tj. estymacja i testowanie zostały połączone. Prognozy ryzyka pochodzące z nowego modelu, zostały, mianowicie, ocenione w oparciu o autorskie metody testowania VaR i ES.

Wyniki badań zaprezentowane w cyklu mają szereg praktycznych implikacji. Mogą być wykorzystane przez instytucje finansowe wdrażające własne wewnętrzne systemy oceny bądź weryfikacji ryzyka rynkowego. Wnioski z przeprowadzonych badań, które mogą zostać wykorzystane w praktyce dotyczą zarówno sposobów estymacji jak i zalecanych rodzajów

testów. Praktyczne konkluzje dotyczą też adekwatności metod dla różnych sytuacji, w szczególności warunków wysokiej zmienności, ale również np. wrażliwości testów na niewielkie bądź znaczne odchylenia od postulatów określających pożądaną sytuację. Dzięki tego typu wskazówkom, podmioty gospodarcze mają możliwość doboru metod w zależności od potrzeb i celów konkretnej analizy. Kolejne praktyczne wnioski dotyczą doboru parametrów metod. Dotyczy to zarówno metod estymacji, w przypadku których wskazane zostały konkretne parametry metod potrzebne np. przy filtrowaniu obserwacji nietypowych, jak również metod testowania, w przypadku których zawarto rekomendacje dotyczące długości szeregów. Za ważny praktyczny wniosek związany z metodami testowania uznano wskazanie na użyteczność rozkładów asymptotycznych, mimo istnienia ryzyka estymacyjnego. Wniosek ten zaprzecza wynikom wcześniejszych badań, w których istnienie tego ryzyka wskazywane było jako czynnik dyskredytujący użyteczność rozkładów asymptotycznych i nakazujący zastąpienie ich technikami symulacyjnymi. W ramach cyklu pokazane zostało, że większą skuteczność w redukcji ryzyka estymacyjnego daje zastosowanie odpowiedniego schematu estymacji oraz dostosowanie częstotliwości korekt parametrów. Przy takich dostosowaniach możliwe jest stosowanie rozkładów asymptotycznych zamiast czasochłonnych i wymagających odpowiedniego przygotowania technik symulacyjnych. Dalej idącym wnioskiem było wskazanie możliwości zastąpienia rozkładów asymptotycznych przez rozkład dokładny dla prób skończonych w przypadku testowania VaR. Wnioski praktyczne płynące z badań prezentowanych w cyklu, poza instytucjami wdrażającymi własne, wewnętrzne systemy oceny i weryfikacji ryzyka rynkowego, mogą być również użyteczne dla instytucji lub organów nadzorczych i regulujących rynek finansowy. Mogą one stanowić wytyczne dotyczące zmian bądź tworzenia nowych standardów nadzorczych.

Nowe propozycje zawarte w zaprezentowanym cyklu badań, wiążą się z dalszą możliwością rozwoju badań. W szczególności, w obszarze estymacji jednym z kierunków rozwoju jest połączenie nowego modelu zmienności, który sam w sobie łączy już wcześniejsze nurty badań, z metodą estymacji wywodzącą się z teorii wartości ekstremalnych, wykorzystującą uogólniony rozkład Pareto. Powstaje też pytanie o możliwość połączenia tego modelu z różnymi parametryzacjami modelu GARCH, w szczególności uwzględniającymi zjawisko asymetrii zmienności. Dalszym kierunkiem badań jest wyprowadzenie wielowymiarowego odpowiednika nowego modelu, tj. połączenia wielowymiarowego modelu zakresu R-GARCH z odporną metodą estymacji.

W obszarze testowania jednym z dalszych kierunków badań, zgodnym z rozwojem regulacji rynkowych, również jest kierunek wielowymiarowy. W tym przypadku miałby on, przede wszystkim, na celu umożliwienie testowania jednocześnie na wielu poziomach tolerancji miary VaR, w szczególności na niskich poziomach jak 1% czy 2,5%. Innym

kierunkiem dalszych badań nad rozważanymi testami ryzyka jest rozwój metod związany z miarą ES. Umożliwiłby on szersze zastosowanie tej miary i dzięki temu, wykorzystanie większej ilości informacji w procedurach testowych. Oznaczałby on również dostosowanie procedur testowych do standardów raportowania ryzyka, które już obecnie miarę tę wykorzystują.

5. Pozostałe osiągnięcia naukowo badawcze

5.1. Wykaz pozostałych publikacji

Poniższa lista zawiera zestawienie artykułów **spoza cyklu** „Wnioskowanie statystyczne o miarach ryzyka VaR i ES z uwzględnieniem warunków wysokiej zmienności”, przedstawionych w układzie chronologicznym.

-
- P1 Małecka, M. (2020). Resampling vs. Parameter Correction: Ways of Dealing with Parameter Uncertainty in Testing VaR, w: *14th Professor Aleksander Zeliaś International Conference on Modelling and Forecasting of Socio-Economic Phenomena. Conference Proceedings* (red. Papież, M., Śmiech, S.). Wydawnictwo Małopolskiej Szkoły Administracji Publicznej Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Krakow, 97-106 (20 pkt. MNiSW)
- P2 Małecka, M. (2020). Geometric Distribution as Means of Increasing Power in Backtesting VaR, w: *Contemporary Trends and Challenges in Finance. Proceedings from the 5th Wroclaw International Conference in Finance* (red. Jajuga, K., Locarek-Junge, H., Orlowski, L., Staehr, K.). Springer, Cham, 159-167 (20 pkt. MNiSW, baza SCOPUS)
- P3 Małecka, M. (2018). Exponential Autoregressive Conditional Duration Approach to Testing VaR, w: *ICoMS 2018: Proceedings of the 2018 International Conference on Mathematics and Statistics*, ACM, New York, 6-10 (15 pkt. MNiSW, Web Of Science, SCOPUS – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)
- P4 Małecka, M. (2018). Characterizing Market Behavior through Risk Forecasts: a Powerful VaR Backtesting, w: *ITISE 2018 International Conference on Time Series and Forecasting Proceedings of Papers* (red. Valenzuela, O., Rojas, F., Pomares, H., Rojas, I.). Godel Impresiones Digitales S.L., Granada, 99-110 (5 pkt. MNiSW – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)
- P5 Małecka, M. (2017). Testing VaR Under Basel III with Application to No-Failure Setting, w: *Springer Proceedings in Business and Economics. Proceedings from the*

- 2nd Wroclaw International Conference in Finance* (red. Jajuga, K., Orłowski, L., Staehr, K.). Springer, Cham, 195-202 (15 pkt. MNiSW, baza Web Of Science, baza SCOPUS – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)
- P6 Małecka, M. (2016). *Weryfikacja hipotez w ocenie ryzyka rynkowego*. Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego (25 pkt. MNiSW – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)
- P7 Małecka, M. (2016). Evaluation of Parametric ES Tests, w: *Proceedings of the 34th International Conference Mathematical Methods in Economics 2016* (red. Kocourek, A., Vavrousek, M.). Technical University of Liberec, Liberec, 523-527 (15 pkt. MNiSW, Web Of Science – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)
- P8 Małecka, M. (2016). Spectral VaR Test Statistical Properties, w: *Proceedings of the 10th Professor Aleksander Zelias International Conference on Modelling and Forecasting of Socio-Economic Phenomena, Zakopane 2016* (red. Papież, M., Śmiech, S.). Foundation of the Cracow University of Economics, Kraków, 102-109 (15 pkt. MNiSW, Web Of Science – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)
- P9 Małecka, M. (2015). Comparative Analysis of Sigma-Based, Quantile-Based and Time Series VaR Estimators. *Acta Universitatis Lodzianensis. Folia Oeconomica*, 311(1), 57-68 (14 pkt. MNiSW – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)
- P10 Małecka, M. (2014). Multivariate approach to testing VaR models, w: *Proceedings of the 32nd International Conference Mathematical Methods in Economics 2014* (red. Talasova, J., Stoklasa, J., Talalek, T.). Palacky University, Olomouc, 596-601 (15 pkt. MNiSW, Web Of Science – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)
- P11 Małecka, M. (2014). Parametric hypothesis testing in evaluation of expected shortfall models, w: *Proceedings of the 8th Professor Aleksander Zelias International Conference on Modelling and Forecasting of Socio-Economic Phenomena, Zakopane 2014* (red. Papież, M., Śmiech, S.). Foundation of the Cracow University of Economics, Kraków, 115-124 (15 pkt. MNiSW, Web Of Science – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)
- P12 Małecka, M. (2014). Duration-Based Approach to VaR Independence Backtesting. *Statistics in Transition*, 15(4), 627-637 (15 pkt. MNiSW – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)
- P13 Małecka, M. (2014). Ocena efektywności prognoz VaR w kontekście wybranych okresów historii notowań WIG20, w: *Problemy współczesnego rynku ubezpieczeń* (red. Lisowski, J., Manikowski, P.). Wyd. Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu,

- 87-100 (5 pkt. MNiSW – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)
- P14 Małecka, M. (2013). Statistical properties of duration-based VaR backtesting procedures in finite sample setting, w: *Proceedings of the 7th Professor Aleksander Zelias International Conference on Modelling and Forecasting of Socio-Economic Phenomena*, Zakopane 2013 (red. Papież, M., Śmiech, S.), Foundation of the Cracow University of Economics, 181-189 (15 pkt. MNiSW, Web Of Science – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)
- P15 Małecka, M. (2013). Metody oceny jakości prognoz ryzyka rynkowego – analiza porównawcza. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, 323, 192-201 (10 pkt. MNiSW – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)
- P16 Małecka, M. (2013). Experimental design in evaluating VaR forecasts. *Acta Universitatis Lodzensis. Folia Oeconomica*, 286, 277-290 (14 pkt. MNiSW – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)
- P17 Małecka, M. (2013). GARCH process application in risk valuation for WIG20 index. *Acta Universitatis Lodzensis. Folia Oeconomica*, 285, 209-220 (14 pkt. MNiSW – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)
- P18 Małecka, M., & Pekasiewicz, D. (2013). Application of probability weighted method of moments to estimation of financial return distribution tail, w: *Proceedings of the 31st International Conference Mathematical Methods in Economics 2013* (red. Vojáčková, H.). College of Polytechnics Jihlava, Jihlava, 569-574 (15 pkt. MNiSW, Web Of Science – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)
- P19 Szymańska, A., Małecka, M. (2013). Influence of transition matrix in bonus-malus systems on tariff effectiveness in car instance, w: *Proceedings of the 31st International Conference Mathematical Methods in Economics 2013* (red. Vojáčková H.). College of Polytechnics Jihlava, Jihlava, 903-909 (15 pkt. MNiSW, Web Of Science – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)
- P20 Szymańska, A., Małecka, M. (2013). Zastosowanie metody trapezów w ocenie efektywności taryfikacyjnej systemów bonus-malus ubezpieczeń komunikacyjnych OC, w: *Rola informatyki w naukach ekonomicznych i społecznych. Innowacje i implikacje interdyscyplinarne* (red. Zieliński Z.). Wyd. Wyższej Szkoły Handlowej, Kielce, 243-252 (5 pkt. MNiSW – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)
- P21 Małecka, M. (2012). Wykorzystanie nowych funkcji programu Mathematica 8 w ocenie ryzyka rynkowego, w: *Rola informatyki w naukach ekonomicznych i społecznych. Innowacje i implikacje interdyscyplinarne* (red. Zieliński Z.). Wyd. Wyższej Szkoły Handlowej, Kielce, 192-203 (5 pkt. MNiSW – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)

- P22 Małecka, M., Wdowiński, P. (2010). Asymmetry in Volatility: A Comparison of Developed and Transition Stock Markets, w: *Financial Markets: Principles of Modelling, Forecasting and Decision-Making* 9(1), 155-172 (7 pkt. MNiSW – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)
- P23 Małecka, M. (2007). Zmienność implikowana w opcjach piątym czynnikiem ryzyka rynkowego. *Acta Universitatis Lodziensis. Folia Oeconomica*, 209, s. 135-145 (4 pkt. MNiSW – publikacja sprzed reformy wprowadzającej nowe zasady punktacji)

Wskaźniki IF oraz SCOPUS CITE SCORE podane są na rok, w którym ukazała się dana publikacja, bądź ostatni dostępny. Ta sama zasada obowiązuje przy punktacji MEiN lub MNiSW – podane są punkty wg wykazu z roku wydania artykułu, bądź wg ostatniego dostępnego wykazu z lat poprzednich. W przypadku monografii oraz rozdziałów podane są punkty obowiązujące w ewaluacji jednostek naukowych za odpowiednie lata.

5.2. Omówienie pozostałych publikacji

Wśród publikacji spoza głównego cyklu można wyróżnić grupy prac związane z zasadniczym obszarem moich zainteresowań naukowych, czyli metodami estymacji i testowania ryzyka w warunkach wysokiej zmienności, które nie zostały ujęte w cyklu. Zawierają one wyniki analiz dotyczące:

- **wstępnej oceny własności testów VaR i ES** (prace P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P10, P11, P12, P14, P15) lub
- **wstępnej oceny metod estymacji VaR i ES** (prace P4, P9, P13, P17, P22).

Poza nimi, wśród pozostałych publikacji znajdują się prace dotyczące:

- **efektywności systemu wyceny ryzyka w ubezpieczeniach komunikacyjnych OC** (prace P19, P20),
- **zmienności implikowanej w opcjach** (praca P23),
- **projektowania eksperymentów symulacyjnych** (praca P16),
- **wykorzystania oprogramowania statystycznego do analizy ryzyka rynkowego** (praca P21).

Określeniem „Wstępna ocena własności testów VaR i ES” objęte są liczne badania mające charakter wstępny bądź uzupełniający względem badań zaprezentowanych w cyklu zatytułowanym „Wnioskowanie statystyczne o miarach ryzyka VaR i ES z uwzględnieniem warunków wysokiej zmienności”, który określany jest jako główny cykl publikacji. W wielu przypadkach badania określone jako wstępne zostały opublikowane w formie tzw. *proceedings*, czyli wydawnictw pokonferencyjnych. Przedstawiają one wówczas pomysły, pytania badawcze oraz wstępne analizy, które były prezentowane i poddawane dyskusjom na konferencjach naukowych a następnie rozwijane w artykułach należących do głównego cyklu publikacji. W związku z tym, publikacje związane ze wstępną oceną własności testów VaR i ES pokazują często ścieżkę dochodzenia do ostatecznej wersji badań naukowych.

Badania określone jako „Wstępna ocena metod estymacji VaR i ES”, tak samo jak w przypadku badań związanych z testowaniem, mają charakter wstępny bądź uzupełniający w stosunku do badań włączonych do głównego cyklu.

Poniżej znajduje się omówienie poszczególnych prac w ramach wymienionych wyżej grup tematycznych.

Wstępna ocena własności testów VaR i ES (prace P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P10, P11, P12, P14, P15)

Publikacje z zakresu wstępnej oceny własności testów obejmują m.in. badania przeglądowe, które koncentrowały się na porównywaniu dwóch standardowych testów VaR, popularnych od początku lat 90-tych ubiegłego wieku, testu Kupca (1995) i Christoffersena (1998), do innych procedur. Porównania te odnosiły się zarówno do **wcześniejszych** metod, mających ugruntowaną pozycję w ekonometrii i statystyce (P4), jak i **późniejszych** testów, proponowanych w literaturze jako odpowiedź na problem niskiej mocy standardowych testów, zwłaszcza testu Christoffersena (P1, P15). Praca przeglądowa (P4), związana z ugruntowanymi w statystyce i ekonometrii testami, które nie zyskały popularności w zastosowaniach finansowych, stanowiła podstawę do dalszego badania, zawartego w głównym cyklu publikacji (C7). Pracę tę rozszerzono wówczas obejmując poziomy tolerancji VaR 1% i 2,5%, zwiększając zakres eksperymentów symulacyjnych na bardziej realistyczne procesy oparte na modelu GARCH oraz opracowując badanie empiryczne w taki sposób by objąć zarówno wybuch kryzysu 2007/2008 jak i pandemii COVID-19. W ramach analiz przeglądowych, poruszono również temat ryzyka estymacyjnego towarzyszącego testowaniu VaR (P1). Wyniki wstępnych symulacji przeprowadzonych na przykładzie dwóch testów stanowiły punkt wyjścia do obszernego badania zawartego w głównym cyklu publikacji (C5).

W innych badaniach koncentrowano się na poszczególnych klasach testów VaR. Jedną z nich była klasa testów gęstości spektralnej. Temat ten podjęto w pracy (P8), gdzie, w badaniu symulacyjnym potwierdzono znaczne różnice między testami spektralnymi w zależności od przyjętej statystyki testowej. Wynik ten stanowił punkt wyjścia do badania zawartego w głównym cyklu publikacji (C3). Praca (P8) została wówczas rozszerzona o uzasadnienie teoretyczne związane z własnościami poszczególnych statystyk. Przedstawiono ponadto badanie symulacyjne dostosowane do poziomów tolerancji VaR rekomendowanych przez Komitet Bazylejski oraz obszerne badanie empiryczne obejmujące okresy kryzysów.

Drugą rozważaną klasą testów VaR była klasa testów opartych na odstępach w czasie między przekroczeniami. W badaniu (P14) rozważano testy tej klasy oparte na rozkładzie wykładniczym. Jego rozwinięciem było badanie (P12), które objęło szerzej zakrojony eksperyment symulacyjny. Badanie (P3) poświęcono, z kolei, wyłącznie jednemu testowi opartemu na rozkładzie wykładniczym – testowi EACD. Ze względu na uzyskane wyniki

znacząco poprawiające jego dokładność, badanie to zostało następnie rozwinięte w pracy (C8) ujętej w cyklu głównym. W kolejnym badaniu związanym z testami omawianej klasy, rozważano testy wykorzystujące rozkład geometryczny (P2). Wnioski z tego badania stanowiły motywację powstania obszernej pracy, zawartej w głównym cyklu publikacji (C6).

Zgodnie z tendencjami w aktualnej literaturze (przedstawionymi np. w pracy C6), jak również z wynikami własnych badań, wskazującymi kierunki rozwoju (P4, P6, P15), tematyka prezentowanych badań dotyczyła głównie testów **niezależności przekroczeń** VaR. Należy zaznaczyć jednak, że testy niezależności stanowią uzupełnienie testów **liczby przekroczeń** VaR oraz dopiero w połączeniu z nimi tworzą spójny system weryfikacji modeli ryzyka. Temat testów liczby przekroczeń podjęto w pracy (P5), gdzie przedstawiono wniosek, że test oparty na statystyce LM (*Lagrange multiplier*) lepiej nadaje się do weryfikacji hipotezy o niedoszacowaniu ryzyka niż standardowy test oparty na statystyce LR (*likelihood ratio*).

Ze względu na proces włączania do standardów bazylejskich miary ES, przeprowadzono również badania idące w kierunku testowania oszacowań tej miary. Punktem pośrednim między standardowym testowaniem modelu ryzyka w oparciu o VaR a testowaniem w oparciu o ES jest testowanie VaR na kilku poziomach tolerancji jednocześnie. Oznacza to jednoczesne uwzględnienie kilku kwantyli wysokich rzędów. Temat ten został podjęty w badaniu (P10). Przedstawiono w nim propozycję nowego testu wielowymiarowego VaR, opartego na macierzach korelacji. Zagadnienie testowania bezpośrednio związane z miarą ES podjęto w dwóch badaniach (P7 i P11). Pierwsze z nich, oparto częściowo na analizie graficznej rozkładów, drugie wyłącznie na symulacjach. Pokazano, że najlepszymi własnościami, spośród rozważanych procedur, charakteryzuje się test Wonga (2008) oparty na średniej z obserwacji ekstremalnych, przybliżający rozkład statystyki testowej za pomocą techniki punktu siodłowego. Wniosek ten następnie wykorzystano w pracy włączonej do głównego cyklu (C9), gdzie w badaniu proponującym nowe podejście do testowania ES, test Wonga wykorzystano jako punkt odniesienia.

Omówione wyżej badania wstępne miały kilka ograniczeń. Prezentowane w nich wyniki pochodziły przede wszystkim z badań symulacyjnych, które oparte były na wstępnych eksperymentach, obejmujących wybrane hipotezy alternatywne. Zazwyczaj zaprojektowane były one w oparciu o typowe założenia takie jak np. normalność składnika losowego. Jako takie, służyły więc zyskaniu wstępnej wiedzy o własnościach testów. Następnie, badania te były rozszerzane w wielu kierunkach. Przede wszystkim, eksperymenty rozbudowywane były w celu objęcia szerokiej klasy hipotez alternatywnych. Konstruowano je jednocześnie w taki sposób, by zapewnić kontrolę nad odległością od hipotezy alternatywnej, tj. by odległość tę mierzyć za pomocą ustalonego parametru a następnie oceniać moc testu w zależności od tego parametru. Dodatkowo, eksperymenty rozszerzono o warianty reprezentujące warunki wysokiej zmienności, oparte o rozkłady o grubych ogonach. Wstępne wyniki symulacji

rozszerzane były również o weryfikację empiryczną wykorzystującą dane o wysokiej zmienności. W tak rozszerzonej formie, wybrane badania stanowiły podstawę artykułów uwzględnionych w głównym cyklu publikacji. Innym ograniczeniem badań wstępnych było oparcie ich, w większości, na 5% poziomie tolerancji VaR. Był to poziom stanowiący powszechnie przyjęty standard przed reformą bazylejską. Ze względu na zmianę rekomendacji bazylejskich po reformie, badania w ostatecznej formie, zostały uzupełnione o poziomy VaR 1% i 2,5%.

Poza omówionymi wyżej badaniami koncentrującymi się na **wybranych aspektach** testowania VaR, obszerne **badanie przekrojowe** zawarte zostało w monografii (P6). Monografia ta, z jednej strony jest podsumowaniem badań objętych rozprawą doktorską a z drugiej strony, wskazując kierunki rozwoju, stanowi punkt wyjścia do kolejnych badań, ujętych w głównym cyklu publikacji „Wnioskowanie statystyczne o miarach ryzyka VaR i ES z uwzględnieniem warunków wysokiej zmienności”.

Celem monografii było przedstawienie szerokiego porównania głównych klas testów VaR i ES. Skupiała się ona, przede wszystkim, na przeglądzie **istniejących** w literaturze procedur, w przeciwieństwie do badań objętych głównym cyklem publikacji, gdzie nacisk położono na **rozwiązania poprawiające wcześniejsze metody** oraz **nowe propozycje** testów. Dlatego stanowi ona badanie wstępne względem głównego cyklu. Ze względu na sposób konstrukcji eksperymentów, wyniki zawarte w monografii odnosiły się do warunków, które można określić jako zwykłe lub standardowe, nie prezentowano natomiast wniosków dotyczących warunków podwyższonej zmienności. Temat ten został podjęty w badaniach objętych głównym cyklem publikacji, co również wskazuje na wstępny charakter monografii.

Praktycznym ograniczeniem monografii, tak jak innych prac określonych jako wstępne względem głównego cyklu, było zastosowanie 5% poziomu tolerancji VaR i ES. Po wprowadzeniu nowych rekomendacji przez Komitet Bazylejski, po reformie z lat 2012-16, badania zostały rozszerzone na niższe poziomy VaR i ES. Innym ograniczeniem monografii było oparcie się wyłącznie na analizach symulacyjnych (zawarte w pracy badanie empiryczne dotyczyło porównania metod estymacji ale nie przedstawiało wniosków dotyczących porównania własności testów).

Mimo szeregu powyższych ograniczeń, zawarte w monografii porównania stanowiły punkt wyjścia do wielu kolejnych badań należących do głównego cyklu publikacji. M.in. w monografii tej, wskazano pewne klasy testów mające potencjał poprawy jakości testowania VaR: klasa testów opartych na funkcji autokorelacji (rozwiniecie w pracy C7), testów opartych na odstępach w czasie między przekroczeniami VaR (rozwiniecie w pracach C6 i C8) oraz opartych na funkcji gęstości spektralnej (rozwiniecie w pracy C3). W grupie testów ES wskazano dobre własności testów bootstrapowych oraz testu parametrycznego opartego na technice punktu siodłowego (rozwiniecie w pracy C9). W monografii również, po raz pierwszy

przedstawiony został pomysł wykorzystania różnych statystyk testowych do poprawy mocy testów opartych na funkcji gęstości spektralnej (rozwiniecie w pracy C3).

Wstępna ocena metod estymacji VaR i ES (prace P4, P9, P13, P17, P22)

W ramach badań prezentowanych w niniejszym punkcie, podjęto dwa główne kierunki rozważań związane z estymacją VaR i ES. Pierwszym była ocena skuteczności modelu GARCH i jego przewag nad innymi modelami, w tym w warunkach wysokiej zmienności. Drugim kierunkiem były analizy związane z wyborem odpowiedniej reprezentacji modelu.

Ocena skuteczności prognozowania zmienności i ryzyka za pomocą modeli GARCH przeprowadzona była w stosunku do metody opartej na macierzy kowariancji z próby, symulacji historycznej oraz popularnej metody wygładzania wykładniczego, zawartej w systemie RiskMetrics (P9). W zależności od badania, włączano również szerszy zakres metod symulacyjnych jak metoda Monte Carlo czy metody bootstrapowe (P17). W badaniach tych skoncentrowano się na aspektach takich jak:

- efekty dla prognoz zmienności i ryzyka związane z włączaniem okresu wysokiej zmienności,
- przewagi modeli GARCH odnoszące się do obciążenia i wariancji estymatorów,
- przewagi tychże modeli polegające na dostosowywaniu się do dynamiki zmienności, co w szczególności pozwala na redukcję kosztów wymogów kapitałowych (poprzez efektywne wykorzystanie okresów o niskiej zmienności).
- Wyniki tych badań stanowiły punkt wyjścia do kolejnych analiz zawartych w głównym cyklu (C10, C12).

W badaniach związanych z wyborem odpowiedniego modelu GARCH rozważano jego parametryzację (P22) oraz założenia o rozkładzie składnika losowego (P13). Odnosnie do parametryzacji wskazano, że ważną cechą empirycznych szeregów czasowych jest asymetria zmienności, polegająca na zróżnicowaniu reakcji inwestorów na rosnące i spadające stopy zwrotu. Jednak wnioski o wyborze konkretnej parametryzacji nie miały charakteru uniwersalnego i dotyczyły głównie rynków wysoko rozwiniętych. Stwierdzono natomiast, że modelowanie zmienności na innych rynkach jest zadaniem wymagającym zindywidualizowanego podejścia. W rozważaniach dotyczących rozkładów prawdopodobieństwa, w których badano zastępowanie rozkładu normalnego rozkładami o grubych ogonach, jak rozkład t-Studenta czy uogólniony rozkład Pareto również nie wyciągnięto jednoznacznych wniosków. Kontynuacja tych rozważań zawarta została w badaniu (C7), należącym do głównego cyklu badań.

Kwestię rozkładów prawdopodobieństwa odpowiednich do odzwierciedlenia empirycznych własności szeregów finansowych podjęto również w badaniu, w którym

skoncentrowano się na estymacji uogólnionego rozkładu Pareto (P4). Rozważano w nim estymację parametrów tego rozkładu za pomocą metody momentów ważonych prawdopodobieństwami. Badanie to, opublikowane najpierw jako *proceedings*, zostało następnie rozszerzone i włączone do głównego cyklu publikacji (C11).

Omówione wyżej badania, przedstawione jako wstępne bądź uzupełniające względem badań zawartych w cyklu „Wnioskowanie statystyczne o miarach ryzyka VaR i ES z uwzględnieniem warunków wysokiej zmienności” miały kilka ograniczeń. Po pierwsze, eksperymenty symulacyjne wykorzystywane w tych badaniach projektowane były często w oparciu o typowe założenie normalności składnika losowego, zatem wyniki traktowano jako służące nabyciu wstępnej wiedzy o jakości rozważanych metod. W analizach empirycznych, w których podejmowany był temat włączania okresu kryzysu do próby, ograniczano się zazwyczaj do przykładów związanych z indeksem WIG20 (P13, P17). Badaniem, w którym objęto szeroki przekrój przez indeksy giełdowe było badanie (P22), w nim jednak szereg czasowy ograniczony został do okresu kończącego się przed wybuchem kryzysu. Jak wskazywano wyżej, badania te rozwijano w różnych kierunkach, czego efektem były analizy zawarte w artykułach należących do głównego cyklu publikacji.

Efektywność systemu wyceny ryzyka w ubezpieczeniach komunikacyjnych OC (prace P19, P20)

W pracach (P19) i (P20) podjęto temat wyceny ryzyka oraz oceny efektywności taryfikacyjnej w ubezpieczeniach komunikacyjnych OC. Ubezpieczenia te, ze względu na ustawowy obowiązek ich posiadania, należą do najczęściej zawieranych ubezpieczeń w Polsce. Stanowią również większość ubezpieczeń w portfelach majątkowych i pozostałych osobowych zakładów ubezpieczeń. Dlatego odpowiednia wycena ryzyka w składce ubezpieczeniowej jest ważnym elementem działalności każdego towarzystwa ubezpieczeniowego. Wycena ryzyka, przekładająca się następnie na wysokość składki, oparta jest zazwyczaj na systemie zniżek i zwyżek bonus-malus. Jedną z metod oceny efektywności taryfikacyjnej funkcjonujących systemów bonus-malus jest miara nazywana elastycznością łączną (ogólną), przy założeniu, że modelem przejść pomiędzy klasami systemu jest łańcuch Markowa.

W pierwszym z badań (P19) analizowano zagadnienie wyznaczania elastyczności ogólnej. Zastosowano technikę całkowania numerycznego z zastosowaniem metody trapezów przy ustalonych wartościach górnej granicy całkowania oraz liczby podziałów przedziału całkowania. W pracy zbadano jak wartości przyjmowanych parametrów w metodzie trapezów wpływają na dokładność aproksymacji. Zauważono, że można ustalić parametry metody trapezów tak, aby uzyskać wymaganą dokładność aproksymacji oraz sformułowano odpowiednie rekomendacje dotyczące tych parametrów.

W drugim z badań (P20) oceniano efektywność taryfikacyjną systemu bonus-malus. Porównano cztery systemy, wśród których pierwszym, uznanym za punkt odniesienia, był system PZU SA. System bonus-malus PZU został wybrany jako bazowy ze względu na to, że PZU jest ubezpieczycielem o największym udziale w rynku ubezpieczeń komunikacyjnych OC w Polsce. Trzy pozostałe analizowane systemy stanowiły modyfikacje systemu bazowego, uwzględniające różne reguły przejść między klasami. W badaniu przyjęto, że rozkład liczby szkód w portfelu jest ujemny dwumianowy oraz, że proces przejść ubezpieczonych w systemie bonus-malus można modelować za pomocą jednorodnego łańcucha Markowa. Pokazano, że reguły przejść między klasami systemu bonus-malus mają wpływ na efektywność taryfikacyjną systemu. Przedstawiono wniosek, że bardziej restrykcyjne reguły skutkują większą efektywnością systemu. Stwierdzono, że system oparty na najbardziej restrykcyjnych regułach pozwala na efektywne uwzględnienie historii szkodowości, co redukuje negatywny efekt polegający na koncentracji polis ubezpieczeniowych w klasach z maksymalnymi zniżkami.

Zmienność implikowana w opcjach (praca P23)

Praca (P23) koncentrowała się na szczególnym fragmencie rynku finansowego, jakim jest rynek opcji. Rozważano opcje jako instrument spekulacji na zmienności. Rozważania te prowadzono w dwóch kierunkach. Pierwszym z nich było przedstawienie pojęcia zmienności implikowanej oraz zestawienie go z innymi metodami szacowania zmienności na rynku finansowym. Wskazano na możliwość odczytania prognoz zmienności różnych instrumentów finansowych z informacji zawartej w cenach opcji. Stwierdzono, że są to prognozy dokonywane, de facto, przez innych uczestników rynku. Przedstawiono również metody pomiaru ryzyka związanego ze zmiennością implikowaną.

Drugim kierunkiem rozważań było przedstawienie argumentacji mówiącej o tym, że tak rozumiana zmienność ma cechy pozwalające traktować ją jako cenę rynkową (obok kursów akcji, walut, cen towarów czy instrumentów pochodnych). W tym kontekście omówiono wybrane strategie opcyjne. Pokazano, w szczególności, że przy odpowiednio dobranej strategii, ryzyko opcji staje się wyłącznie ryzykiem zmienności. Ryzyko zmienności przedstawiono zatem jako specyficzny, a zarazem główny element ryzyka opcji oraz oddzielną kategorię ryzyka rynkowego.

Projektowanie eksperymentów symulacyjnych do oceny modeli VaR (praca P16)

W pracy (P16) podjęto temat konstrukcji eksperymentów symulacyjnych. Skoncentrowano się na eksperymentach przydatnych do oceny metod związanych z testowaniem modeli VaR. Rozważano, w szczególności, eksperymenty oparte na procesie Bernoulliego oraz procesach GARCH. Zwrócono uwagę na główne cechy empirycznych procesów finansowych oraz

możliwości ich odzwierciedlenia w eksperymentach symulacyjnych. Omówiono sposoby dopasowania eksperymentów do hipotezy zerowej oraz hipotez alternatywnych zawartych w standardowych testach VaR. Opisano oraz przedstawiono graficznie efekty osiągalne dzięki odpowiedniemu doborowi parametrów w eksperymentach opartych na procesach GARCH. Pokazano wpływ projektu eksperymentu symulacyjnego na wyniki związane z mocą testów.

Wykorzystanie oprogramowania Mathematica do statystycznej analizy ryzyka rynkowego (praca P21)

Zagadnienie prognozowania ryzyka na rynku finansowym, od strony praktycznej – z punktu widzenia możliwości konkretnego programu komputerowego – podjęto w pracy (P21). Przedstawiono w niej funkcje pakietu *Mathematica* znajdujące zastosowanie do szacowania ryzyka za pomocą podejść VaR i ES. W szczególności, zaprezentowane zostały rozkłady znajdujące zastosowanie przy ocenie ryzyka finansowego oraz funkcje pozwalające na dopasowanie parametrów rozkładu teoretycznego do danych empirycznych. Ponadto przedstawione zostały metody dostępne w omawianym pakiecie, umożliwiające graficzną oraz formalną – za pomocą procedur testowych – ocenę uzyskiwanych wyników. Szczególną uwagę zwrócono na zagadnienie generowania liczb losowych. W tym kontekście wskazano na zaletę zaktualizowanej wersji pakietu, którą stanowi możliwość definiowania własnego rozkładu za pomocą analitycznego wzoru na funkcję gęstości, dystrybuantę lub funkcję przeżycia. Zaprezentowano możliwości pakietu, polegające na tym, że tak zdefiniowany rozkład może być następnie argumentem wszystkich poleceń związanych z rozkładami prawdopodobieństwa, w tym polecenia wywołującego generowanie liczb losowych. Wybrane polecenia pakietu omówione zostały na przykładzie eksperymentu symulacyjnego zaprojektowanego do oceny prognoz ryzyka na rynku finansowym.

6. Podsumowanie dorobku publikacyjnego oraz inna aktywność naukowo-badawcza

6.1. Podsumowanie dorobku publikacyjnego

Mój dorobek publikacyjny obejmuje **ponad trzydzieści prac naukowych**, w tym większość stanowią artykuły napisane **samodzielnie w języku angielskim**. Prace te zostały opublikowane w uznanych czasopismach zagranicznych oraz polskich. Osiem spośród moich artykułów zamieszczonych jest w czasopismach z wyznaczonymi wskaźnikami **JCR IF** oraz **SCOPUS CITE SCORE**. W szczególności, do mojego dorobku publikacyjnego należą artykuły

opublikowane w uznanych w literaturze międzynarodowej czasopismach, prezentujących nowe, znaczące osiągnięcia w dziedzinie ekonomii, ekonometrii i statystyki, takich jak *Journal of Forecasting* (artykuł samodzielny), *Journal of Computational Finance* (artykuł samodzielny), *Statistics & Risk Modeling* (artykuł samodzielny), *Economic Modelling* (artykuł współautorski powstały we współpracy z badaczami z Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu, Prague University of Economics and Business, Czechy i University of Stavanger, Norwegia). Artykuły mojego autorstwa są zamieszczone w czasopismach należących do wydawców takich jak Elsevier, Wiley, Springer czy Walter de Gruyter. Część artykułów opublikowana jest również w renomowanych polskich czasopismach ekonomicznych i statystycznych, m.in. *Argumenta Oeconomica* czy też czasopisma wydawane przez Główny Urząd Statystyczny jak *Statistics in Transition new series* i *Wiadomości Statystyczne*.

Mój dorobek publikacyjny obejmuje również artykuły wydane w formie tzw. *proceedings*, czyli publikacji pokonferencyjnych. Przedstawiają one wówczas badania prezentowane podczas konferencji naukowych. Są to najczęściej badania o charakterze wstępnym bądź uzupełniającym względem mojego głównego nurtu badań i, jako takie, nie zostały one zamieszczone w cyklu publikacji stanowiącym podstawę ubiegania się o stopień doktora habilitowanego.

Poza artykułami naukowymi, mój dorobek obejmuje samodzielną monografię oraz kilka rozdziałów w monografiach współautorskich. Monografia przedstawia podsumowanie oraz częściowe rozszerzenie badań zawartych w rozprawie doktorskiej. Prezentując obszerny przegląd oraz dyskusję dotyczącą zaproponowanych we wcześniejszej literaturze metod testowania ryzyka rynkowego, stanowi ona jednocześnie wstęp do dalszych badań oraz nowych propozycji metod zamieszczonych w głównym cyklu publikacji. Monografia ta nie obejmuje propozycji prezentowanych w publikacjach należących do głównego cyklu. Syntetyczne zestawienie mojego dorobku publikacyjnego i cytowań prezentują tablice zamieszczone niżej.

Łączna liczba publikacji: 35

W tym:

Samodzielne	27
W j. angielskim	29
Artykuły w czasopismach	25
Monografie	1
Rozdziały w monografiach i publikacjach pokonferencyjnych	9
Z wyznaczonym wskaźnikiem JCR IF	8
Z wyznaczonym wskaźnikiem SCOPUS CITE SCORE	8
W bazie Web Of Science	16

W bazie SCOPUS	11
Punktacja wg wykazów ministerialnych od roku 2019 z korektą za współautorstwo	630
Punktacja wg wykazów ministerialnych przed rokiem 2019 z korektą za współautorstwo	275
Łączna liczba cytowań: 93	
Liczba cytowań według Google Scholar:	93
Liczba cytowań bez autocytowań według Google Scholar:	69
Liczba cytowań według Research Gate:	93
Liczba cytowań bez autocytowań według Research Gate:	69
Liczba cytowań według Web of Science:	39
Liczba cytowań bez autocytowań według Web of Science:	28
Liczba cytowań według SCOPUS:	28
Liczba cytowań bez autocytowań według SCOPUS:	23
Indeks Hirscha wg Google Scholar oraz Research Gate (bez autocytowań):	4
Indeks Hirscha wg baz Web of Science i SCOPUS:	2

6.2. Granty badawcze

Po uzyskaniu stopnia naukowego doktora, tj. od grudnia 2014 r., prowadziłam badania naukowe realizowane w ramach trzech głównych projektów. Dwa z nich to projekty finansowane przez Narodowe Centrum Nauki (NCN) a jeden przez Uniwersytet Łódzki w programie Inicjatywa Doskonałości Uczelnia Badawcza (IDUB). W dwóch grantach pełniłam funkcję kierownika, natomiast w jednym głównego wykonawcy:

- [1] **„Metody odporne dla modeli zakresu cen – Analiza ryzyka i współbieżności na rynku kryptowalut”** – projekt badawczy NCN nr 2021/43/B/HS4/00353 realizowany we współpracy z Uniwersytetem Mikołaja Kopernika w Toruniu, Prague University of Economics and Business, Czechy i University of Stavanger, Norwegia, okres realizacji 2022-2025, główny wykonawca.
- [2] **„Od kryzysu kredytów hipotecznych do COVID-19: Jak efektywny jest globalny system zarządzania ryzykiem w oparciu o miarę VaR”** – projekt badawczy IDUB nr B2211201000111.07 realizowany we współpracy z Uniwersytetem Ekonomicznym we Wrocławiu, okres realizacji 2021-2023, kierownik.
- [3] **„Weryfikacja hipotez w ocenie ryzyka rynkowego”** – projekt badawczy NCN nr 2013/11/N/HS4/03354, okres realizacji 2014-2018, kierownik.

Pod moim kierownictwem zostało również zrealizowane 6 projektów w ramach wewnętrznego konkursu na badania młodych naukowców na UŁ, w latach 2012, 2013, 2014, 2015, 2019 i 2020. Wszystkie projekty zostały zakończone osiągnięciem założonych celów i prawidłowo rozliczone.

6.3. Konferencje

Wyniki badań naukowych przedstawiałam na **31 wystąpieniach na konferencjach naukowych**, w tym **12 za granicą oraz 19 w kraju**. Zdecydowaną większość referatów prezentowałam w języku angielskim. W szczególności, wyniki badań zawartych w głównym cyklu publikacji, powstałe w ramach realizacji dwóch projektów NCN oraz projektu IDUB prezentowane były na statystycznych konferencjach międzynarodowych takich jak **18th Conference of the International Federation of Classification Societies IFCS**, San José, Costa Rica, 2024, **International Conference on Mathematics and Statistics ICoMS**, Paryż, Francja, 2022 i Porto, Portugalia 2018, **International Conference on Time Series and Forecasting ITISE** Grenada, Hiszpania, 2018, **10th Annual International Conference on Mathematics & Statistics**, Ateny, Grecja, 2016 oraz **XXXII International Seminar on Stability Problems for Stochastic Models**, Trondheim, Norwegia, 2014.

Wyniki moich badań prezentowałam również na głównych polskich konferencjach statystycznych, organizowanych przez Główny Urząd Statystyczny, m.in. **Kongres Statystyki Polskiej**, Kraków, 2022 i Poznań, 2012, **Konferencja Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych**, Bełchatów, 2016. Regularnie czynnie uczestniczyłam w corocznych polskich konferencjach z zakresu statystyki i finansów, takich jak **International Conference Multivariate Statistical Analysis MSA** w Łodzi czy **Wrocław Conference in Finance WROFIN** we Wrocławiu. Szczegółowe zestawienie wszystkich konferencji w których uczestniczyłam, za granicą oraz w kraju, znajduje się w wykazie osiągnięć, stanowiącym załącznik nr 4 do wniosku o przeprowadzenie postępowania habilitacyjnego.

6.4. Recenzje dla czasopism naukowych

Jestem recenzentką dla czasopism naukowych, w tym międzynarodowych takich jak:

- [1] **Quality & Quantity** (wydawca Springer Nature) – 3 recenzje,
- [2] **International Review of Financial Analysis** (wydawca Elsevier) – 1 recenzja,
- [3] **Mathematics and Computers in Simulation** (wydawca Elsevier) – 3 recenzje,
- [4] **Statistics in Transition** (wydawca Główny Urząd Statystyczny) – 9 recenzji.

6.5. Nagrody, wyróżnienia

Różne aspekty mojej pracy naukowej były wyróżniane bądź nagradzane. W szczególności, w toku studiów otrzymałam Stypendium Ministra za osiągnięcia naukowe oraz odbyłam półroczne stypendium w Uniwersytecie Orebro w Szwecji. Ukończone przeze mnie kierunki studiów były wyróżniane Medalami za Chlubne Studia a praca doktorska została uhonorowana nagrodami Dziekana Wydziału oraz Komisji Nadzoru Finansowego. Za późniejszą pracę badawczą otrzymałam Nagrodę I stopnia Rektora Uniwersytetu Łódzkiego. Poniższa lista zawiera zestawienie nagród i wyróżnień:

- [1] **Nagroda I stopnia Rektora Uniwersytetu Łódzkiego** za cykl publikacji związanych z modelami ryzyka, 2016.
- [2] **Nagroda Komisji Nadzoru Finansowego** za pracę doktorską z zakresu finansów, 2015.
- [3] **Doktorat wyróżniony nagrodą Dziekana** Wydziału Ekonomiczno-Socjologicznego, 2014.
- [4] **Nagroda firmy Statsoft** za najlepszy plakat pt. „Spectral VaR test statistical properties” na konferencji im. Profesora Aleksandra Zeliasia Modelowanie i prognozowanie zjawisk społeczno- gospodarczych, 2016.
- [5] **I Nagroda w konkursie „Młody Naukowiec”** na konferencji Inwestycje Finansowe i Ubezpieczenia INWEST za referat pt. „Spectral density tests in VaR failure independence analysis”, 2014.
- [6] Kierunek informatyka i ekonometria zakończony otrzymaniem **Medalu za Chlubne Studia**, 2011.
- [7] **Stypendium Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego** za osiągnięcia w nauce 2008/2009.
- [8] Kierunek stosunki międzynarodowe zakończony otrzymaniem **Medalu za Chlubne Studia**, 2006.
- [9] **Stypendium Unii Europejskiej** Szwecja, University of Orebro, 2005–2006.

6.6. Rozwój i podnoszenie kwalifikacji

W toku pracy naukowej podnosiłam swoje kwalifikacje poprzez uczestnictwo w szkoleniach. Przede wszystkim były to szkolenia z zakresu programowania w języku R oraz inne, podnoszące umiejętności z zakresu specjalistycznego oprogramowania zgodnego ze specyfiką mojej pracy naukowej. Poniższa lista zawiera zestawienie szkoleń, w których uczestniczyłam:

- [1] „Zaawansowana statystyka i ekonometria w R”, termin kursu: 08.03.2022-23.03.2022, organizator: LabMasters.

- [2] „Wystąpienia publiczne - tego można się nauczyć!”, 2.03.2022, organizator: Fundacja ScienceWatch.
- [3] „Warsztaty analityka Data Science w R”, termin kursu: 10.05.2022-25.05.2022, organizator: LabMasters.
- [4] „Analiza i wizualizacja danych w R”, termin kursu: 22.03.2022-06.04.2022, organizator: LabMasters.
- [5] „Dane makroekonomiczne z Refinitiv Datastream”, prowadzenie Rafał Janicki, CFA pracownik Refinitiv, 8 lutego 2022.
- [6] „Testy i quizy na platformie Moodle”, organizator: Komisja ds. Doskonalenia Dydaktyki UŁ, 15 maja 2020.
- [7] Szkolenie medyczne z zakresu pierwszej pomocy “Basic Life Support”, organizator: Wojskowe Centrum Kształcenia Medycznego, 24 maja 2019.
- [8] Kurs użytkowania oprogramowania Matlab, Kraków, 16-17 kwietnia 2015, organizator: Oprogramowanie Naukowo-Techniczne z Krakowa, polski przedstawiciel MathWorks.
- [9] “Programowanie w VisualBasic”, organizator: Microsoft IT Academy, 2008.

7. Informacja o wykazywaniu się istotną aktywnością naukową albo artystyczną realizowaną w więcej niż jednej uczelni, instytucji naukowej lub instytucji kultury, w szczególności zagranicznej

7.1. Granty badawcze realizowane w więcej niż jednej uczelni

Grant NCN „Metody odporne dla modeli zakresu cen – Analiza ryzyka i współbieżności na rynku kryptowalut”

W ramach mojej współpracy z uniwersytetami Mikołaja Kopernika w Toruniu, Prague University of Economics and Business, Czechy i University of Stavanger, Norwegia został przygotowany i jest aktualnie prowadzony projekt badawczy OPUS nr 2021/43/B/HS4/00353, finansowany przez Narodowe Centrum Nauki, pt. „Metody odporne dla modeli zakresu cen – Analiza ryzyka i współbieżności na rynku kryptowalut”, okres realizacji 2022-2025. Projekt realizowany jest pod kierownictwem prof. dr. hab. Piotra Fiszedera. Poza mną, wykonawcą w grancie jest prof. Peter Molnár. Efektem projektu jest m.in. publikacja afiliowana w Uniwersytecie Mikołaja Kopernika w Toruniu, Uniwersytecie Łódzkim, Prague University of Economics and Business, Czechy oraz University of Stavanger, Norwegia.

Dotychczasowe prace prowadzone w ramach grantu związane były z następującymi celami:

- [1] Ocena dokładności prognoz wariancji otrzymywanych za pomocą odpornej estymacji parametrów modeli GARCH dla danych o wysokiej zmienności.
- [2] Ocena dokładności prognoz wariancji otrzymywanych za pomocą modeli zakresu R-GARCH, wykorzystujących informacje o cenach minimalnych i maksymalnych dla danych o wysokiej zmienności.
- [3] Połączenie modeli zakresu R-GARCH z odporną metodą estymacji w postaci nowego modelu zmienności.
- [4] Ocena praktycznej użyteczności proponowanego modelu do prognozowania ryzyka w oparciu o miary VaR i ES.

Cele te, oraz związane z nimi prace, stanowiły element badań prezentowanych w ramach cyklu publikacji „Wnioskowanie statystyczne o miarach ryzyka VaR i ES z uwzględnieniem warunków wysokiej zmienności”.

Moja rola w tym projekcie związana była zarówno z częścią metodyczną jak i empiryczną. W odniesieniu do części metodycznej, moim głównym wkładem było teoretyczne opracowanie połączenia modelu zakresu R-GARCH z metodą estymacji odpornej na obserwacje nietypowe. Wymagało ono dostosowania estymatora odpornego do zmodyfikowanego równania wariancji w modelu R-GARCH, ze względu na fakt, że w zmodyfikowanym równaniu zmianie ulegają rozkłady prawdopodobieństwa. Fakt ten musi być uwzględniony przy tzw. filtrowaniu wariancji ze względu na obserwacje nietypowe oraz przy spłaszczaniu funkcji celu zmniejszającym wpływ obserwacji nietypowych. Odpowiednie dostosowania w tym zakresie zostały zaproponowane oraz wprowadzone do modelu przeze mnie. Moim wkładem było również przeprowadzenie badań symulacyjnych, służące określeniu parametrów nowej metody w taki sposób, by odpowiadały one danym o wysokiej zmienności.

Dalszym moim wkładem związanym z rozwojem metod była propozycja zastosowania nowego modelu do szacowania ryzyka w oparciu o miary VaR i ES. Na etapie badania poświęconym szacowaniu ryzyka i ocenie tych oszacowań mój udział wiązał się zarówno z opracowaniem koncepcji jak i samym przeprowadzeniem badań. Objął on zastosowanie prognoz wariancji pochodzących z nowego modelu zmienności do parametrycznej i nieparametrycznej estymacji VaR i ES oraz ocenę otrzymanych oszacowań. W szczególności, przeprowadzona została ocena prognoz ryzyka z wykorzystaniem autorskich testów.

Mój wkład związany z częścią empiryczną badania polegał na przygotowaniu algorytmów do obliczeń, przygotowaniu danych oraz na przeprowadzeniu obliczeń z wykorzystaniem danych empirycznych. Był on również związany z analizą i interpretacją wyników.

W ramach grantu opracowane zostały i złożone do czasopism dwa artykuły naukowe, czego efektem były następujące publikacje:

Fiszeder, P., Małecka, M. (2022). Forecasting volatility during the outbreak of Russian invasion of Ukraine: application to commodities, stock indices, currencies, and cryptocurrencies. *Equilibrium. Quarterly Journal of Economics and Economic Policy*, 17(4), 939–967 (realizacja celów projektu określonych wyżej jako nr [1] i [2]),

Fiszeder, P., Małecka, M., Molnár P. (2024). Robust estimation of the range-based GARCH model: Forecasting volatility, value at risk and expected shortfall of cryptocurrencies. *Economic Modelling*. doi: 10.1016/j.econmod.2024.106887 (realizacja celów projektu określonych wyżej jako nr [3] i [4]).

Wyniki badań opracowane w ramach grantu zaprezentowane zostały na dwóch konferencjach naukowych:

18th Conference of the International Federation of Classification Societies (IFCS), San José, Costa Rica, July 15-19, 2024, referat Piotr Fiszeder, Marta Małecka, *Robust estimation of the range-based GARCH model: Forecasting volatility, value at risk and expected shortfall of cryptocurrencies*,

VIII Wrocław Conference in Finance, Wrocław, November 16-18, 2022, referat: Piotr Fiszeder, Marta Małecka, *Forecasting volatility during the outbreak of Russian invasion of Ukraine: Application to commodities, stock indices, currencies, and cryptocurrencies*.

Grant IDUB „Od kryzysu kredytów hipotecznych do COVID-19: Jak efektywny jest globalny system zarządzania ryzykiem w oparciu o miarę VaR?”

We współpracy z Uniwersytetem Ekonomicznym we Wrocławiu został przygotowany i przeprowadzony grant Inicjatywa Doskonałości Uczelnia Badawcza (IDUB) pt. „Od kryzysu kredytów hipotecznych do COVID-19: Jak efektywny jest globalny system zarządzania ryzykiem w oparciu o miarę VaR?”, termin realizacji 2021-2023. Grant realizowany był pod moim kierownictwem, we współpracy z dr. hab. Radosławem Pietrzykiem, prof. UEW, reprezentującym Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu.

Prace prowadzone w ramach grantu związane były z następującymi celami:

- [1] Przeprowadzenie oceny istniejących metod testowania niezależności przekroczeń VaR z wykorzystaniem nowych danych, w szczególności danych z okresu kryzysu pandemii COVID-19.
- [2] Zaproponowanie rozwiązania zapewniającego odporność testu na ryzyko estymacyjne, umożliwiającego stosowanie rozkładów asymptotycznych zamiast techniki Monte Carlo.
- [3] Przedstawienie i empiryczna weryfikacja własnych propozycji poprawiających własności dotychczasowych testów VaR. W szczególności zaproponowanie testu wykorzystującego

potencjał informacyjny funkcji autokorelacji oraz jej przekształcenia spektralnego. Założona poprawa własności miała polegać zmniejszeniu prawdopodobieństwa błędnych decyzji, rozumianych jako decyzje polegające na uznaniu za prawidłowe takich modeli, które niewłaściwie odzwierciedlają ryzyko w warunkach wysokiej zmienności.

Cele te, oraz związane z nimi prace, stanowiły element badań prezentowanych w ramach cyklu publikacji „Wnioskowanie statystyczne o miarach ryzyka VaR i ES z uwzględnieniem warunków wysokiej zmienności”.

Moja rola obejmowała realizację celów nr [1] i [2], tj. przeprowadzenie badania porównawczego niezależności przekroczeń VaR dla danych z okresu kryzysu COVID-19 i opracowanie rozwiązania problemu ryzyka estymacyjnego testów VaR. Przy realizacji celu nr [3] moja rola związana była częścią metodyczną badania. Przede wszystkim polegała ona na opracowaniu koncepcji badania, tj. zastosowania teorii spektralnej do konstruowania testów VaR. Konstrukcja takich testów opiera się na porównywaniu empirycznej i teoretycznej funkcji gęstości spektralnej, co wiązało się z dalszym moim wkładem, którym było zaproponowanie statystyk testowych służących potrzebom takich porównań i teoretyczne uzasadnienie zamiany wcześniej stosowanych statystyk na inne. Moim wkładem było również opracowanie projektu badania symulacyjnego służącego ocenie własności. Część empiryczna badania została przeprowadzona przez współautora.

W ramach grantu opracowane zostały artykuły naukowe. Efektem tego były następujące publikacje (ostateczna wersja drugiego z artykułów powstała i została złożona do czasopisma podczas stażu opisanego w dalszej części niniejszego punktu):

Malecka M. (2022), Estimation risk taking into consideration the effect of forecasting scheme: robust inference about VaR, *Wiomości Statystyczne. The Polish Statistician*, 67(10), 1–27 (realizacja celów projektu określonych wyżej jako nr [1] i [2]),

Malecka, M., Pietrzyk R. (2024). A spectral approach to evaluating VaR forecasts: stock market evidence from the subprime mortgage crisis, through COVID-19, to the Russo–Ukrainian war. *Quality & Quantity*, 58, 4533–456 (realizacja celów projektu określonych wyżej jako nr [3]).

W ramach grantu, wyniki badań, zaprezentowane zostały na trzech konferencjach naukowych:

18th Conference of the International Federation of Classification Societies (IFCS), San José, Costa Rica, July 15-19, 2024, referat Marta Malecka, Radosław Pietrzyk, *A Spectral Approach to Evaluating VaR Forecasts: Stock Market Evidence from the Subprime Mortgage Crisis, through COVID-19, to the Russo-Ukrainian War*,

5th International Conference on Mathematics and Statistics (ICoMS 2022), Paryż, Francja, June 17-19, 2022, referat: Marta Malecka, Radosław Pietrzyk, *Improved ML*

Approach to Testing Unconditional VaR Coverage. Evidence from Cryptocurrencies Market,

III Kongres Statystyki Polskiej, Kraków, 26-28 kwietnia 2022, referat: Marta Małecka, Radosław Pietrzyk, *Zastosowanie metody bootstrapowej do odpornej estymacji parametrów GARCH. Przykład z rynku kryptowalut.*

7.2. Staż naukowy

Staż naukowy w Uniwersytecie Ekonomicznym we Wrocławiu

W terminie od 01.06.2023 do 31.08.2023 odbyłam staż w Uniwersytecie Ekonomicznym we Wrocławiu, który był realizowany w Katedrze Inwestycji Finansowych i Zarządzania Ryzykiem na Wydziale Ekonomii i Finansów pod opieką prof. Krzysztofa Jajugi. Staż ten stanowił kontynuację współpracy rozpoczętej podczas realizacji projektu „Od kryzysu kredytów hipotecznych do COVID-19: Jak efektywny jest globalny system zarządzania ryzykiem w oparciu o miarę VaR?” W trakcie stażu, we współpracy z pracownikami katedry realizowałam następujące aktywności:

- spotkania i konsultacje z pracownikami Katedry Inwestycji Finansowych i Zarządzania Ryzykiem Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu dotyczące stosowania metod statystycznych w prognozowaniu i testowaniu prognoz zmienności i ryzyka na rynkach finansowych,
- ustalenie i zakresu prac związanych z opracowywaniem nowego podejścia do weryfikacji prognoz ryzyka wg miary VaR,
- projektowanie i prowadzenie badań symulacyjnych,
- selekcja i analiza danych,
- opracowanie i przeprowadzenie badania empirycznego,
- tworzenie skryptów w języku R,
- podsumowanie badań i przygotowanie ostatecznej wersji artykułu, nad którym praca rozpoczęła się jeszcze w ramach realizacji grantu wewnętrznego Uniwersytetu Łódzkiego.

Tematyka badań prowadzonych w ramach stażu związana była z opracowywaniem propozycji testu VaR opartego na funkcji gęstości spektralnej. Koncepcja, stanowiąca motywację prowadzonych badań polegała na zastosowaniu nowej statystyki testowej porównującej teoretyczną i empiryczną funkcję gęstości spektralnej. Analizy związane z tą koncepcją rozwijane były w trzech podstawowych kierunkach:

- teoretyczne uzasadnienie skuteczności podejścia spektralnego opartego na określonej statystyce,
- symulacyjne wykazanie własności nowego testu,

- weryfikacja tej propozycji z wykorzystaniem danych historycznych.

Prace prowadzone w ramach stażu, we współpracy z pracownikami Katedry Inwestycji Finansowych i Zarządzania Ryzykiem Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, związane były przede wszystkim z kierunkiem empirycznym. W obszarze badań symulacyjnych obejmowały one następujące kwestie: projekt eksperymentu i przeprowadzenie badania. W obszarze badań opartych na danych historycznych, prace prowadzone w ramach stażu obejmowały kwestie takie jak: projekt badania, tj. dobór danych, określenie próby badawczej, jej podział w sposób odpowiadający celom badania i wybór modeli szeregów czasowych potrzebnych do otrzymania prognoz VaR, następnie przygotowanie danych, oprogramowanie algorytmów obliczeniowych, przeprowadzenie badania oraz ocena i interpretacja wyników. Efektem było obszerne badanie empiryczne, poszerzone w stosunku do wcześniejszych podobnych badań zarówno jeśli chodzi o zakres instrumentów finansowych jak i zakres czasowy danych – w szczególności chodziło o objęcie wielu różnych okresów o podwyższonej zmienności. Uwzględniło ono nowe rodzaje porównań – własności testów w okresach o typowej zmienności były porównywane z tymi samymi własnościami w okresach o wysokiej zmienności, przy czym porównania przeprowadzano dla różnych modeli VaR oraz prób o różnej długości (w tym krótkich prób, służących objęciu jedynie okresów największej zmienności).

W ramach stażu została złożona do czasopisma ostateczna wersja artykułu naukowego podsumowującego badania nad spektralnymi testami. Efektem tego jest następująca publikacja

Malecka, M., Pietrzyk R. (2024). A spectral approach to evaluating *VaR* forecasts: stock market evidence from the subprime mortgage crisis, through COVID-19, to the Russo–Ukrainian war. *Quality & Quantity*, 58, 4533–4567.

7.3. Pozostała współpraca z instytucjami spoza Uniwersytetu Łódzkiego

Omówione w punktach 7.1 i 7.2 formy współpracy, tj.

- **granty badawcze** realizowane we współpracy z uniwersytetami polskimi – Uniwersytetem Mikołaja Kopernika w Toruniu i Uniwersytetem Ekonomicznym we Wrocławiu oraz zagranicznymi uniwersytetami Prague University of Economics and Business, Praga, Czechy i University of Stavanger, Stavanger, Norwegia,
- **staż naukowy** realizowany w Uniwersytecie Ekonomicznym we Wrocławiu, stanowiły główne rodzaje aktywności badawczej realizowanej przeze mnie w więcej niż jednej instytucji.

Dodatkowo wyniki moich badań prezentowałam na wykładach zaproszonych poza uczelnią macierzystą. W szczególności wyniki badań przedstawione w artykule *Robust estimation of the range-based GARCH model: Forecasting volatility, value at risk and expected shortfall of cryptocurrencies* (Economic Modelling, 2024) zostały przeze mnie przedstawione na **seminarium dla studentów doktoranckich “Spring 2025 semester mathematical finance seminar series”**, **Texas Tech University** na zaproszenie prof. W. Brenta Lindquista oraz prof. Svetlozara (Zari) Racheva (Department of Mathematics and Statistics, Texas Tech University). Współpraca z Texas Tech University jest kontynuowana – w kolejnej edycji seminariów doktoranckich, zaproszona zostałam do wygłoszenia wykładu na podstawie artykułu *Extremal Risk Management: expected shortfall value verification using the Bootstrap Method* (Journal of Computational Finance, 2020). Ponadto, wyniki wcześniejszych badań prezentowałam na seminariach w uniwersytecie SGGW w Warszawie i Uniwersytecie Ekonomicznym we Wrocławiu.

Poza wymienionymi wyżej rodzajami aktywności, moja współpraca z instytucjami badawczymi, w tym zagranicznymi polegała na

- **czynnym udziale w konferencjach naukowych,**
- **recenzowaniu artykułów dla czasopism naukowych.**

W toku pracy badawczej brałam udział w ponad trzydziestu konferencjach naukowych, z czego zdecydowaną większość stanowiły konferencje międzynarodowe. W dwunastu konferencjach uczestniczyłam zagranicą. Najważniejsze konferencje wymienione zostały w punkcie 6.3. Ich szczegółowe zestawienie znajduje się w wykazie osiągnięć stanowiącym załącznik nr 4 do wniosku o przeprowadzenie postępowania habilitacyjnego. Jestem recenzentką dla czasopism naukowych. W szczególności opracowałam kilkanaście recenzji dla czasopism międzynarodowych. Czasopisma te wymienione są w punkcie 6.4.

8. Informacja o osiągnięciach dydaktycznych, organizacyjnych oraz popularyzujących naukę lub sztukę

8.1. Działalność dydaktyczna

Po uzyskaniu stopnia naukowego doktora, tj. od grudnia 2014 r., **prowadziłam i prowadzę zajęcia z przedmiotów**

- **z obszaru matematyki i informatyki:** matematyka, matematyka i logika oraz matematyka i statystyka w zarządzaniu, technologia informacyjna,
- **z obszaru statystyki:** statystyka, statystyka opisowa, statystyka matematyczna,

- **z obszaru nauk o finansach:** metody analizy i wyceny instrumentów finansowych, inżynieria finansowa, matematyka finansowa.

Prowadziłam również zajęcia w języku angielskim z przedmiotu *statistics* dla studentów z zagranicy.

Byłam promotorką prac magisterskich na studiach stacjonarnych na kierunku *informatyka i ekonometria* oraz na kierunku *ekonometria i analiza danych*.

8.2. Działalność popularyzatorska

Po uzyskaniu stopnia doktora angażowałam się w wiele działań o charakterze popularyzatorskim. Moją aktywność z tego zakresu można podzielić na trzy obszary, po pierwsze obszar działań skierowanych do uczniów szkół średnich, po drugie obszar obejmujący współpracę ze studentami a po trzecie obszar działań skierowany zarówno do studentów kończących studia jak i doktorantów oraz pracowników naukowych. Spośród trzech powyższych obszarów, moja aktywność koncentrowała się głównie na działaniach skierowanych do licealistów oraz uczniów innych szkół średnich, jako odbiorców będących u progu wyborów dotyczących dalszej ścieżki edukacyjnej. Działalność w tym zakresie postrzegałam jako element rozwoju własnego, ale przede wszystkim jako ważne zadanie promocji uczelni, środowiska akademickiego oraz pracy badawczej wśród młodych ludzi. W ramach tego obszaru prowadziłam szereg działań, umiejscowionych zarówno na terenie uniwersytetu jak i poza nim – w szkołach średnich. **Opracowałam i prowadziłam autorskie wykłady z matematyki finansowej w szkołach średnich**, mające na celu przybliżenie uczniom idei badań naukowych, zainteresowanie możliwymi zastosowaniami praktycznymi oraz, w efekcie, zachęcenie do podjęcia studiów na kierunkach związanych ze statystyką i ekonometrią. Ze względu na promowane kierunki studiów, moje działania skierowane były głównie do uczniów liceów, techników bądź klas o profilu matematycznym. Zaowocowały one nawiązaniem trwałej, wieloletniej współpracy z jednym z najlepszych liceów o profilu ścisłym w Łodzi – XXXI LO im. Ludwika Zamenhofa. Polegała ona zarówno na udostępnianiu czasu lekcyjnego do prowadzenia wykładów zaproszonych w liceum jak i na regularnym uczestnictwie licealistów w wydarzeniach organizowanych na terenie uczelni. Poza systematycznymi wykładami zaproszonymi skierowanymi do poszczególnych klas, na zaproszenie dyrekcji XXXI LO, poprowadziłam również **wykład otwarty pt. „Matematyka finansowa, czyli jak wykorzystac matematykę, zeby rozumiec co mówia do nas w banku”**.

W obrębie działań skierowanych do uczniów szkół średnich, **wielokrotnie organizowałam i koordynowałam wydziałowe wydarzenia odbywających się w ramach Festiwalu Nauki**

Techniki i Sztuki w Łodzi. Ponadto, w latach 2023 i 2024 **byłam odpowiedzialna za organizację tzw. drzwi otwartych** na Wydziale Ekonomiczno-Socjologicznym UŁ.

Moja aktywność popularyzatorska skierowana do osób po podjęciu studiów koncentrowała się na współpracy ze studentami Wydziału Ekonomiczno-Socjologicznego UŁ. **Współpracowałam z kołami naukowymi „SKN Ekspert” i „SKN Inwestor”**, uczestnicząc m.in. w spotkaniach studentów należących do tych kół. Na zaproszenie studentów koła „Inwestor”, opublikowałam **artykuł w wydawanym przez nich czasopiśmie studenckim Deal pt. „A Concept of News Impact Curve and Asymmetry in Modelling Capital Markets”**, przybliżający pojęcie i działanie krzywej obrazującej wpływ nowych informacji na zmienność w modelach GARCH, która ułatwia intuicyjne zrozumienie różnic między poszczególnymi wariantami tych modeli.

W zakresie działań skierowanych do studentów kończących studia, zainteresowanych podjęciem pracy naukowej, studentów studiów doktoranckich oraz pracowników naukowych zarówno z mojej jak i innych dyscyplin, **wielokrotnie byłam prelegentką na seminariach naukowych**, w tym:

- na licznych seminariach naukowych organizowanych przez Katedrę Metod Statystycznych UŁ,
- na seminarium Katedry Ekonometrii i Statystyki SGGW w Warszawie z wykładem pt. *„Ryzyko zdarzeń ekstremalnych: weryfikacja hipotez o oczekiwanym niedoborze”*,
- na seminarium Katedry Inwestycji Finansowych i Zarządzania Ryzykiem Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu z wykładem pt. *„Estymacja i testowanie ryzyka w warunkach wysokiej zmienności w oparciu o miary VaR i ES”*.

8.3. Działalność organizacyjna

Poza pracą naukową, dydaktyczną oraz popularyzatorską, angażuję się również w prace organizacyjne mojego macierzystego wydziału oraz katedry.

Od 2024 roku zostałam powołana przez dziekana Wydziału Ekonomiczno-Socjologicznego UŁ i zajmuję **stanowisko pełnomocnika dziekana do spraw studenckich**.

Od 2024 roku **pracuję w wydziałowej komisji ds. rozwoju, regulaminów i finansów**. Jest to komisja powołana do opiniowania proponowanych przez kolegium dziekańskie zmian w funkcjonujących na wydziale regulaminach (premi i nagród, oceny pracowniczej, itp.). Jej zadaniem jest również opiniowanie wniosków o urlopy naukowe czy opiniowanie

mechanizmów finansowania obowiązujących na wydziale (planów rzeczowo-finansowych czy algorytmu dofinansowania katedr i instytutów).

W kadencji **2020-2024** pracowałam w wydziałowej komisji ds. rozwoju pracownika. Do zadań tej komisji należała weryfikacja i wspieranie osiągnięć pracowników naukowo-dydaktycznych na Wydziale Ekonomiczno-Socjologicznym UŁ.

Od 2021 r. **jestem koordynatorką modułu specjalnościowego *wielowymiarowe modele ryzyka na rynku finansowym***.

Od 2021 roku **pracuję w zespole recenzentów wniosków grantowych EkSoc Grant** – grantów wewnętrznych przyznawanych pracownikom naukowym przez dziekana wydziału Ekonomiczno-Socjologicznego UŁ. Od 2022 roku **jestem recenzentką wniosków grantowych IDUB**, w ramach których Uniwersytet Łódzki finansuje pomysły badawcze swoich naukowców i doktorantów z subwencji dla uczelni, które w 2019 roku przystąpiły do konkursu Inicjatywa Doskonałości – Uczelnia Badawcza.

W kadencji 2020-2024 **brałam udział w pracach zespołu dziekańskiego zajmującego się sprawami przyszłości kształcenia na wydziale**. Zadania tego zespołu obejmowały kwestie związane z rozwojem dydaktyki, w szczególności opracowaniem strategii wydziału na lata 2023-2030 w zakresie kierunków rozwoju oferty edukacyjnej, zmian procesu kształcenia, wsparcia i rozwoju kompetencji kadry dydaktycznej oraz zwiększenia umiędzynarodowienia kształcenia.

W latach 2019-2020 **pracowałam w zespole odpowiedzialnym za opracowanie ujednoliconych formularzy oceny egzaminów oraz prac dyplomowych i magisterskich** na Wydziale Ekonomiczno-Socjologicznym UŁ.

Czterokrotnie, w latach 2013, 2014, 2021, 2022, byłam odpowiedzialna za organizację międzynarodowej konferencji naukowej Multivariate Statistical Analysis MSA, organizowanej wspólnie przez Katedrę Metod Statystycznych UŁ, Instytut Statystyki i Demografii UŁ, Polską Akademię Nauk oraz Polskie Towarzystwo Statystyczne, Oddział w Łodzi.

Należę do Polskiego Towarzystwa Statystycznego (PTS). Jestem członkinią Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych (SKAD) Polskiego Towarzystwa Statystycznego (PTS).

Literatura

- Basel Committee on Banking Supervision. (2017). *High-level summary of Basel III Reforms*. Online. Basel, Switzerland. Retrieved from www.bis.org/bcbs/publ/d424_hlsummary.pdf. Accessed 1 Oct 2024.
- Basel Committee on Banking Supervision. (2019). *Minimum capital requirements for market risk*. Online. Basel, Switzerland. Retrieved from www.bis.org/bcbs/publ/d457.pdf. Accessed 1 Oct 2024.
- Berkowitz, J., Christoffersen, P., Pelletier, D. (2011). Evaluating value-at-risk models with desk-level data. *Management Science* 12, 2213–2227 (2011).
- Boudt, K., Danielsson, J., & Laurent, S. (2013). Robust forecasting of dynamic conditional correlation GARCH models. *International Journal of Forecasting* 29(2), 244–57.
- Candelon, B., Colletaz, G., Hurlin, C., Tokpavi, S. (2011). Backtesting value-at-risk: A GMM duration-based test. *Journal of Financial Econometrics* 9 (2), 314–343.
- Christoffersen, P. (1998). Evaluating interval forecasts. *International Economic Review* 39, 841–862.
- Davidson, R. (2009). Reliable inference for the Gini index. *Journal of Econometrics* 150, 30–40.
- Embrechts, P., Kaufman, R., Patie, P. (2005). Strategic long-term financial risks: Single risk factors. *Computational Optimization and Applications* 32(1-2), 61-90.
- Engle, R., Manganelli, S. (2004). CAViaR: Conditional Autoregressive Value at Risk by regression quantiles. *Journal of Business & Economic Statistics* 22, 367–381.
- Engle, R. F., Russel, J. R. (1998). Autoregressive Conditional Duration: A New Model for Irregularly Spaced Transaction Data, *Econometrica* 66(5), 1127–62.
- Escanciano, J. C., Olmo, J. (2010). Backtesting Parametric Value-at-Risk With Estimation Risk. *Journal of Business and Economic Statistics* 28(1), 36–51.
- Escanciano, J. C., Olmo, J. (2011). Robust Backtesting Tests for Value-at-risk Models. *Journal of Financial Econometrics* 9(1), 132–161.
- Garman, M. B., Klass, M. J. (1980). On the estimation of security price volatilities from historical data. *Journal of Business* 53(1), 67–78.
- Hansen, P. R., Lunde, A., Nason, J. M. (2011). The model confidence set. *Econometrica* 79, 453–497.
- Hotta, L.K., Trucíos, C. (2018). *Inference in (M)GARCH Models in the Presence of Additive Outliers: Specification, Estimation, and Prediction*. In: Lavor, C., Gomes, F. (eds) *Advances in Mathematics and Applications*. Springer, Cham.
- Kramer, W., Wied, D. (2015). A simple and focused backtest of value at risk, *Economics Letters* 137 (2015), 29–31.
- Kupiec, P. H. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *Journal of Derivatives* 3(2), 73–84.
- McNeil, A. J., Frey, R. (2000). Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. *Journal of Empirical Finance* 7(3-4), 271–300.
- Molnár, P. (2016). High-low range in GARCH models of stock return volatility. *Applied Economics* 48(51), 4977-4991.
- Muler, N., Yohai, V. J. (2008). Robust estimates for GARCH models. *Journal of Statistical Planning and Inference* 138(10), 2918–40.
- Pajhede, T. (2017). Backtesting value-at-risk: A generalized Markov test. *Journal of Forecasting* 36, 597–613.
- Pelletier, D., Wei, W. (2016). The geometric-VaR backtesting method. *Journal of Financial Econometrics* 14, 725–745.
- Podolskij, M., Ziggel, D. (2009). New tests for jumps in semimartingale models. *Statistical Inference for Stochastic Processes* 13, 15–41.
- Self S. F., Liang K. Y. (1987). Asymptotic properties of maximum likelihood estimators and likelihood ratio tests under nonstandard conditions, *Journal of the American Statistical Association* 82, 605–610.
- Wong, W. (2008). Backtesting trading risk of commercial banks using expected shortfall. *Journal of Banking and Finance* 32(7), 1404–1415.
- Ziggel, D., Berens, T., Weiß, G. N. F., Wied, D. (2014). A new set of improved value-at-risk backtests. *Journal of Banking and Finance* 48, 29–41.